

## 7.8 Feuille de travaux dirigés n°7

### Exercice 1 - Éolienne

Corrigé page 29

Soit l'éolienne de la figure 7.22.

La nacelle (1) pivote autour du mas (0) suivant l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ .  
L'hélice (2) pivote autour de l'axe  $(A, \vec{x}_1)$ . On note :

- $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$  le paramètre de rotation entre le repère associé à la nacelle et le mas,
- $\beta = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$  le paramètre de rotation entre l'hélice et la nacelle,
- $\vec{OA} = a \cdot \vec{x}_1$ ,
- B le point à l'extrémité de la pale  $\vec{AB} = b \cdot \vec{z}_2$  avec  $b = 2,3$  m.

**Q1.** Tracer les deux figures de changement de base.

**Q2.** Déterminer la vitesse du point A et du point B par rapport au repère  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .

**Q3.** Écrire les deux torseurs cinématiques  $\{v_{1/0}\}$  et  $\{v_{2/1}\}$  en A et en O puis  $\{v_{2/0}\}$  en A et en O.

**Q4.** Déterminer l'accélération de ces deux points par rapport au repère  $R_0$ .

L'éolienne est orientée dans le vent et ne bouge pas, la vitesse de rotation de l'hélice est réglée et maintenue constante.

**Q5.** Donner alors l'accélération de ces deux points.

**Q6.** La vitesse maximale admissible au bout de la pale est  $V_{\max} = 70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , en déduire  $\omega_{21} = \frac{d\beta(t)}{dt}$  pour  $\theta$  constant.

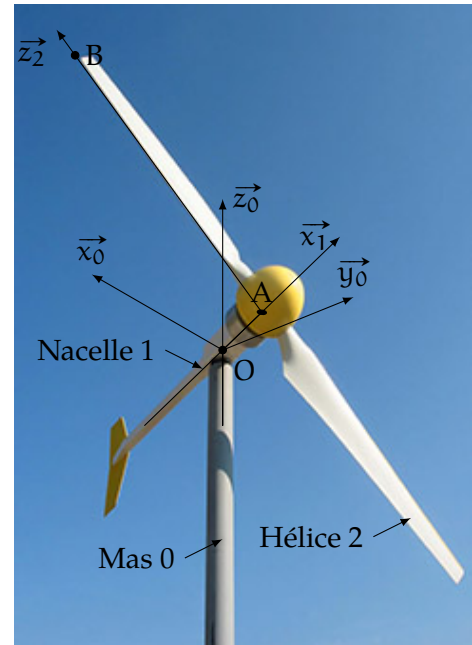


FIGURE 7.22 – Éolienne

### Exercice 2 - Robot Scara

Corrigé page 30

#### Présentation

Le robot SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm) est l'un des robots les plus utilisés en industrie. Il est très souvent utilisé pour réaliser des assemblages (figure 7.23).

La structure de base des robots SCARA est à deux degrés de liberté, deux rotations d'axes parallèles, l'une entre le carter (0) et le bras (1) autour de  $(O, \vec{z}_0)$ , et une autre entre le bras et l'avant-bras (2) autour de l'axe  $(A, \vec{z}_0)$ .

À ces deux rotations s'ajoutent une rotation autour de l'axe  $(B, \vec{z}_0)$  et une translation de même direction permettant des opérations d'assemblage et de vissage de la pince (3).

Données :

- $\vec{OA} = a \cdot \vec{x}_1$  avec  $a = 50 \text{ cm}$ ;
- $\vec{AB} = b \cdot \vec{x}_2 + c \cdot \vec{z}_0$   
avec  $b = 30 \text{ cm}$  et  $c = 5 \text{ cm}$ ;
- $\vec{BP} = -\lambda \cdot \vec{z}_0$  avec  $5 \text{ cm} \leq \lambda \leq 30 \text{ cm}$ ;
- $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$   
avec  $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$
- $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$   
avec  $-135^\circ \leq \beta \leq 135^\circ$

**Q1.** Tracer les figures de changement de base.

**Q2.** Déterminer  $\vec{OP}$  en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\lambda$ .

**Q3.** Déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de  $P_x$  et  $P_y$ .

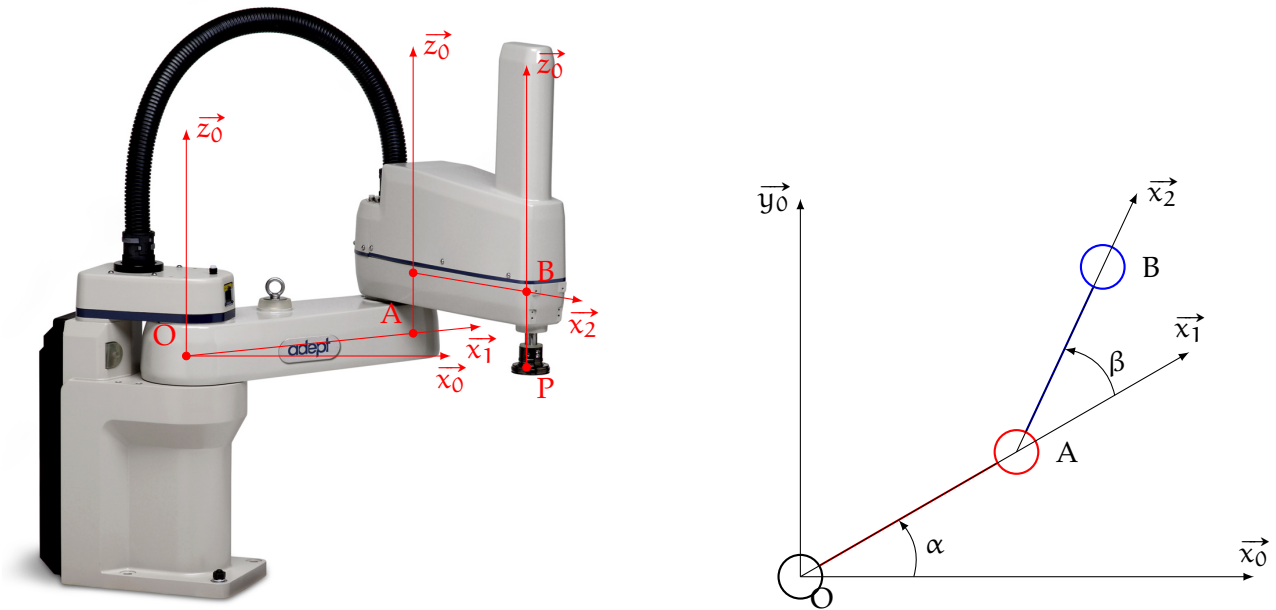


FIGURE 7.23 – Robot SCARA

Q4. Tracer le domaine du plan  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$  dans lequel le robot peut saisir et manipuler des pièces. Différencier les zones pour lesquelles il n'existe qu'une combinaison de  $\alpha$  et  $\beta$  pour atteindre un point donné et les autres.

Q5. Déterminer  $\vec{V}_{A \in 1/0}$ ,  $\vec{V}_{B \in 2/0}$ ,  $\vec{V}_{P \in 3/0}$

Q6. Déterminer  $\vec{\Gamma}_{A \in 1/0}$ ,  $\vec{\Gamma}_{B \in 2/0}$ ,  $\vec{\Gamma}_{P \in 3/0}$

**Exercice 3 - Étude d'une voiture en virage**

Corrigé page 31

**A. Présentation**

Soit une voiture dans un virage plat.

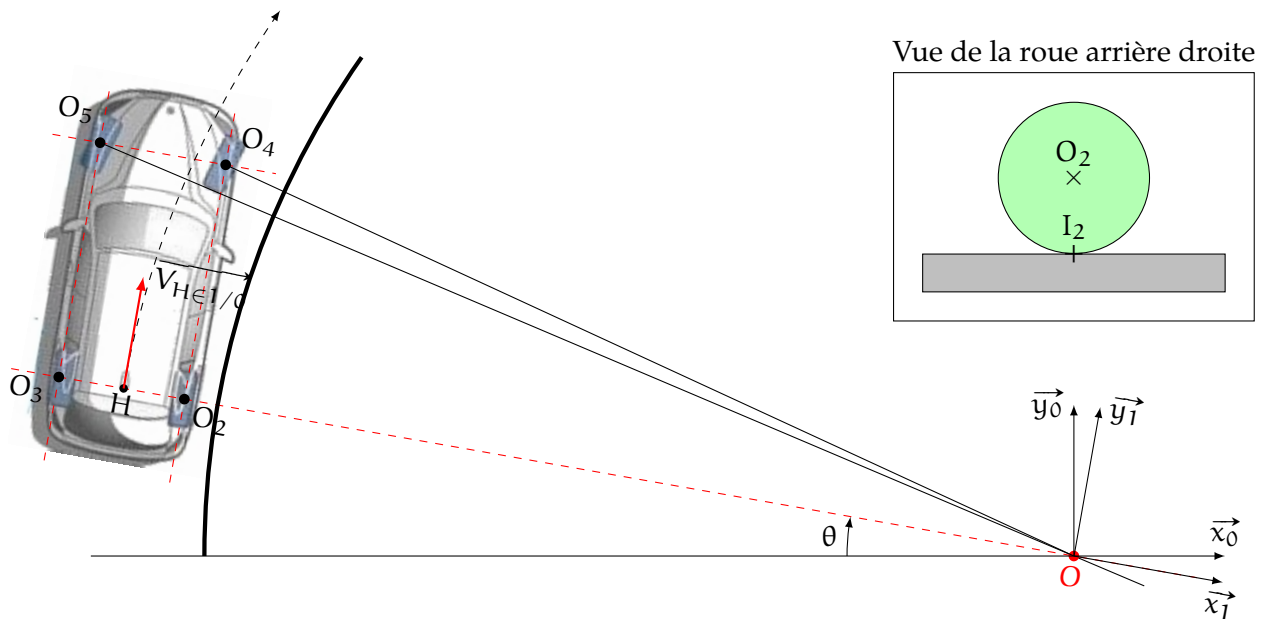


FIGURE 7.24 – Trajectoire circulaire

On note :

- $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  le repère associé au sol (0).
- $O$  : le centre de la trajectoire circulaire.
- $\mathcal{R}_1 = (H, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  le repère associé au véhicule (1) avec  $OH = R$  et  $H$  le milieu de  $O_2O_3$ , les centres des deux roues arrière.
- $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta$  et  $\omega_{10} = \frac{d\theta}{dt}$
- $O_2, O_3, O_4, O_5$ , respectivement les centres des roues arrière droite (2), gauche (3), roue avant droite (4) et gauche (5) avec  $\vec{O_2O_3} = \vec{O_4O_5} = -b \cdot \vec{x}_1$  et  $\vec{O_2O_4} = \vec{O_3O_5} = a \cdot \vec{y}_1$ .
- $\omega_{21}, \omega_{31}, \omega_{41}, \omega_{51}$ , les vitesses de rotation des roues par rapport à leur axe de rotation par rapport au véhicule.
- $I_2, I_3, I_4, I_5$ , le point de contact avec le sol de chaque roue. On suppose que les roues roulent sans glisser en  $I_i$ . On pose  $r$  le rayon des roues.
- On note  $G$  le centre d'inertie de la voiture avec  $\vec{HG} = \frac{a}{2} \cdot \vec{y}_1$ .
- Les deux roues motrices sont les deux roues avant, les deux roues arrière sont libres en rotation.

## B. Étude

**Q1.** Justifier le tracé de la vitesse du point  $H$  du véhicule par rapport au sol  $\vec{V}_{H \in 1/0}$  puis la déterminer.

On pose  $\vec{x}_4 = \frac{\vec{O_4O}}{\|\vec{O_4O}\|}$  et  $\vec{y}_4 = \vec{z}_0 \wedge \vec{x}_4$  le repère associé à la roue (4) (respectivement  $\vec{x}_5 = \frac{\vec{O_5O}}{\|\vec{O_5O}\|}$

et  $\vec{y}_5 = \vec{z}_0 \wedge \vec{x}_5$ ).

**Q2.** Déterminer le torseur cinématique du véhicule par rapport au sol  $\{\mathcal{V}_{1/0}\}$  en  $H$ . En déduire

$\vec{V}_{O_2 \in 1/0}, \vec{V}_{O_3 \in 1/0}, \vec{V}_{O_4 \in 1/0}, \vec{V}_{O_5 \in 1/0}$ . Montrer que les deux dernières vitesses s'écrivent  $\vec{V}_{O_4 \in 1/0} = l_4 \cdot \vec{y}_4$  et  $\vec{V}_{O_5 \in 1/0} = l_5 \cdot \vec{y}_5$ .

**Q3.** Tracer à l'échelle  $\vec{V}_{O_2 \in 1/0}, \vec{V}_{O_3 \in 1/0}, \vec{V}_{O_4 \in 1/0}, \vec{V}_{O_5 \in 1/0}$  sur le schéma.

**Q4.** Donner les torseurs de chaque roue par rapport au véhicule puis par rapport au sol.

**Q5.** Déterminer  $\vec{V}_{I_2 \in 2/0}, \vec{V}_{I_3 \in 3/0}, \vec{V}_{I_4 \in 4/0}$  et  $\vec{V}_{I_5 \in 2/0}$ .

**Q6.** Rappeler les conditions de non-glissement en  $I_2, I_3, I_4$  et  $I_5$  en déduire  $\omega_{21}, \omega_{31}, \omega_{41}$  et  $\omega_{51}$ .