

# Représentation d'un système par les schémas-blocs

## 4.1 Schéma fonctionnel ou schéma-bloc

La représentation par le schéma fonctionnel permet de représenter de manière graphique un système linéaire.

Chaque bloc du schéma caractérise une des fonctions du système (un des constituants), on associe à chaque bloc la fonction de transfert du constituant qu'il représente. Les arcs qui relient les blocs portent les informations d'entrée et de sortie de la fonction de transfert.

On détermine la fonction de transfert de chaque constituant à partir des équations différentielles régissant son comportement. L'allure globale du schéma renseigne sur sa structure (boucle ouverte, boucle fermée).

Le système d'équations est ainsi remplacé par un schéma comportant un ensemble de blocs représentant les fonctions du système. Les branches entre les blocs portent les variables intermédiaires du système.

### 4.1.1 Représentation d'un système par les schémas-blocs

La description par la transformée de Laplace se prête bien à une représentation graphique de l'équation différentielle et de manière générale des systèmes linéaires

Pour tracer le schéma-bloc, nous allons déterminer la fonction de transfert de chaque équation différentielle, puis associer à chacune un schéma-bloc que nous allons relier.

#### Exemple guidé : Enceinte chauffée - Description par les schémas-blocs

Le système représenté figure 4.1 est chargé de maintenir la température d'une enceinte. Le chauffage est assuré par un échangeur thermique, la vanne  $v$ , permet de réguler le débit du fluide calorifique dans l'échangeur. On note :

- $\alpha(t)$  : l'angle d'ouverture de la vanne
- $q(t)$  : débit dans l'échangeur
- $\theta_1$  : température en sortie de l'échangeur
- $\theta$  : température dans l'enceinte.

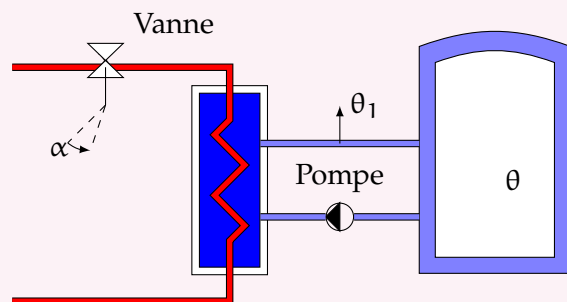


FIGURE 4.1 – Échangeur thermique

La loi de fonctionnement de la vanne est caractérisée par l'équation :

$$q(t) = k_0 \cdot \alpha(t)$$

donnant le débit en fonction de l'angle d'ouverture (le débit est proportionnel à l'ouverture de la vanne).

Les deux autres équations caractérisent le transfert de chaleur :

— dans l'échangeur :  $\theta_1(t) + \tau_1 \cdot \frac{d\theta_1(t)}{dt} = k_1 \cdot q(t)$  ;

— et dans l'enceinte :  $\theta(t) + \tau_2 \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} = k_2 \cdot \theta_1(t)$ .

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles.

L'entrée du système est l'angle d'ouverture de la vanne  $\alpha(t)$  et la température de l'enceinte  $\theta$ , la sortie.

On note :  $A(p)$  la transformée de Laplace de  $\alpha(t)$  et  $Q(p)$ ,  $\Theta(p)$  et  $\Theta_1(p)$  respectivement les transformées de  $q(t)$ ,  $\theta(t)$  et  $\theta_1(t)$ .

Dans le domaine de Laplace, les équations deviennent :

$$Q(p) = k_0 \cdot A(p)$$

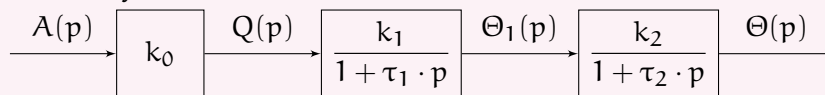
$$\Theta_1(p) + \tau_1 \cdot p \cdot \Theta_1(p) = k_1 \cdot Q(p) \Rightarrow \Theta_1(p) \cdot (1 + \tau_1 \cdot p) = k_1 \cdot Q(p)$$

$$\Theta(p) + \tau_2 \cdot p \cdot \Theta(p) = k_2 \cdot \Theta_1(p) \Rightarrow \Theta(p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p) = k_2 \cdot \Theta_1(p)$$

Il est possible d'écrire les fonctions de transfert :

$$H_1(p) = \frac{Q(p)}{A(p)} = k_0 \quad ; \quad H_2(p) = \frac{\Theta_1(p)}{Q(p)} = \frac{k_1}{1 + \tau_1 \cdot p} \quad ; \quad H_3(p) = \frac{\Theta(p)}{\Theta_1(p)} = \frac{k_2}{1 + \tau_2 \cdot p}$$

d'où le schéma-bloc du système.



Finalement, la fonction de transfert  $H_O(p) = \frac{\Theta(p)}{A(p)}$  du système complet :

$$H_O(p) = \frac{\Theta(p)}{A(p)} = \frac{k_0 \cdot k_1 \cdot k_2}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p)}$$

À partir de la fonction de transfert du système il est possible de déterminer l'allure de l'évolution de la température, si par exemple on ouvre la vanne d'un angle constant (un échelon de consigne) :

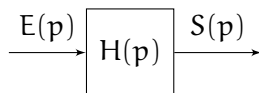
$$\alpha(t) = \alpha_0 \cdot \mathcal{H}(t)$$

Déterminer l'allure de l'évolution de la température dans l'enceinte, tous les coefficients  $k_i$  et  $\tau_i$  étant positifs pour un échelon d'amplitude de l'ouverture de la vanne.

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cdot \mathcal{H}(t)$$

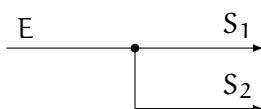
### 4.1.2 Formalisme

**Bloc**



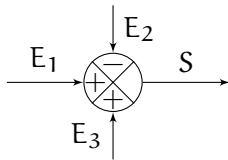
Le bloc est représenté par un cadre rectangulaire, il possède une entrée et une sortie, la fonction de transfert du bloc est déterminée d'après les équations de fonctionnement :  $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ .

**Jonction**



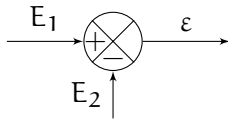
Une jonction est un point de prélèvement. La variable de la branche 1 est identique à celle de la branche 2 :  $S_1 = S_2 = E$ . Un prélèvement d'information ne modifie pas la variable.

**Sommateur**



Les sommateurs permettent d'additionner et soustraire des variables, ils possèdent plusieurs entrées mais une seule sortie :  $S = E_1 - E_2 + E_3$ .

**Comparateur**



Le comparateur est un cas particulier de sommateur, il permet de calculer la différence entre deux signaux :  $\epsilon = E_1 - E_2$ .

Sur la figure 4.2 un exemple de schéma-bloc d'un système quelconque.

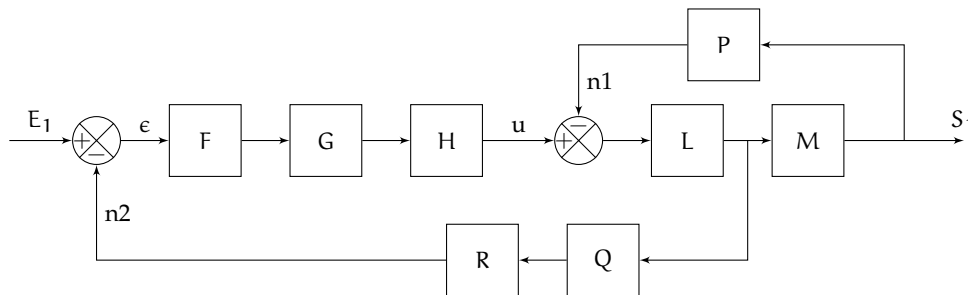


FIGURE 4.2 – Schéma-bloc

**4.1.3 Représentation d'un système asservi**

Un système asservi peut être décrit par un schéma-bloc tel celui de la figure 4.3. On retrouve sur ce schéma la chaîne directe qui pilote le système et la chaîne de retour. Le signal de la chaîne de retour est comparé à la consigne.

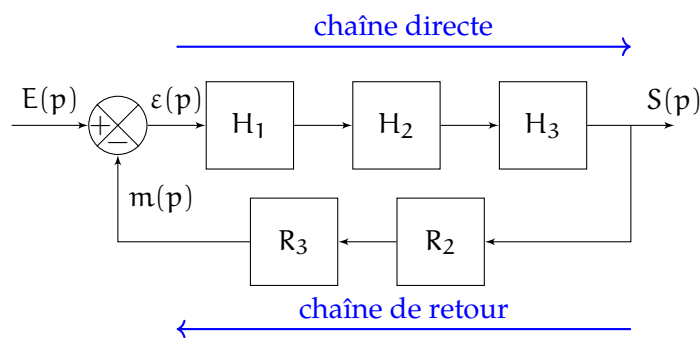


FIGURE 4.3 – forme générale

On constate que la représentation par schéma-bloc se prête très bien à la représentation des systèmes asservis, chaque bloc étant la traduction dans le domaine de Laplace d'une équation différentielle caractéristique du système.

Déterminons la relation entre la sortie  $S(p)$  et l'entrée  $E(p)$ .

On appelle :

**Chaîne directe** : la chaîne constituée des blocs reliant l'entrée et la sortie : on note,

$$CD(p) = \frac{S(p)}{\epsilon(p)}, \text{ la fonction de transfert en chaîne directe : ici}$$

$$CD(p) = \frac{S(p)}{\epsilon(p)} = H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot H_3(p)$$

**Chaîne de retour :** la chaîne constituée des blocs reliant la sortie au comparateur (de la sortie à la mesure de la sortie) : on note  $CR(p) = \frac{m(p)}{S(p)}$ , la fonction de transfert de la chaîne de retour : ici

$$CR(p) = \frac{m(p)}{S(p)} = R_1(p) \cdot R_2(p)$$

À partir de ces deux chaînes, on en définit deux fonctions de transfert (figure 4.4) :

**Fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO)** définie par :

$$BO(p) = \frac{m(p)}{\varepsilon(p)} = CD(p) \cdot CR(p)$$



FIGURE 4.4 – Simplification graphique d'un schéma-bloc

**Fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) :** définie par :

$$BF(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$

Cette deuxième fonction de transfert est celle qui relie l'entrée à la sortie et qui caractérise le fonctionnement du système asservi.

À partir de cette représentation on peut écrire les trois équations ci-dessous puis déterminer la fonction de transfert en boucle fermée du système :

$$\begin{cases} S(p) = CD(p) \cdot \varepsilon(p) \\ m(p) = CR(p) \cdot S(p) \\ \varepsilon(p) = E(p) - m(p) \end{cases}$$

en substituant dans la 1<sup>re</sup> équation, on obtient :

$$S(p) = CD(p) \cdot (E(p) - CR(p) \cdot S(p))$$

soit

$$S(p) = \frac{CD(p)}{1 + CD(p) \cdot CR(p)} \cdot E(p)$$

ce qui permet d'écrire la fonction de transfert en boucle fermée :

$$BF(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{CD(p)}{1 + CD(p) \cdot CR(p)}$$

que l'on écrit généralement :

$$BF(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{CD(p)}{1 + BO(p)}$$

et que l'on nomme **formule de Black**.

Dans le cas particulier où le schéma-bloc est à retour unitaire on a  $BO(p) = CD(p)$  (figure 4.5), alors la formule de Black devient :

$$BF(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{BO(p)}{1 + BO(p)}$$

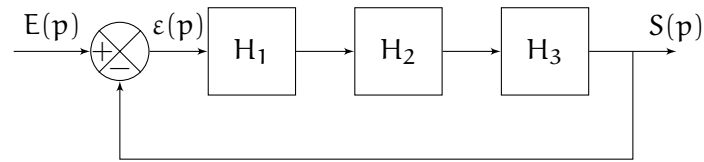
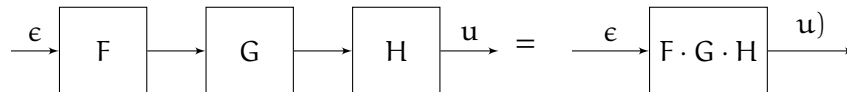


FIGURE 4.5 – Structure d'un système linéaire à retour unitaire

## 4.2 Manipulation des schémas-blocs

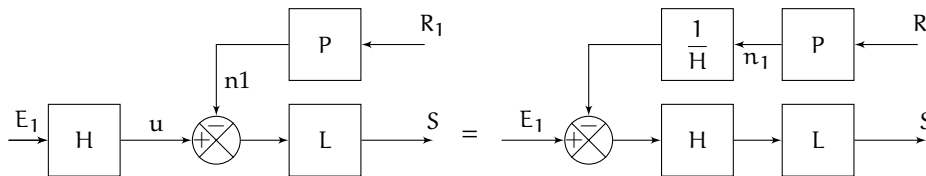
**Blocs en série :** il est possible de remplacer des blocs en série (sans jonction ni sommateur entre chaque bloc) par le bloc produit des fonctions de chaque bloc. Ainsi :



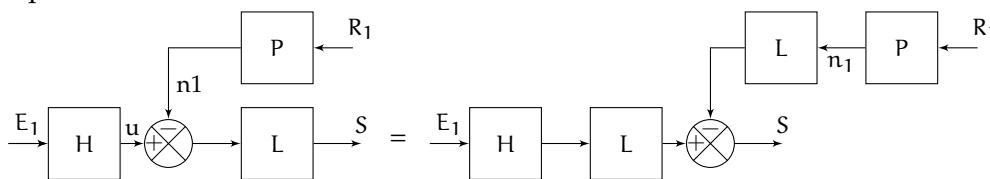
Il est important de noter que si les blocs ont un sens physique (ils sont la traduction du comportement d'un constituant), le bloc produit n'a lui qu'un sens mathématique.

**Déplacement d'un sommateur :** il est souvent utile de déplacer un sommateur, soit pour faciliter l'analyse, soit (souvent) pour transformer un schéma-bloc en un schéma-bloc à retour unitaire.

— Déplacement vers l'amont

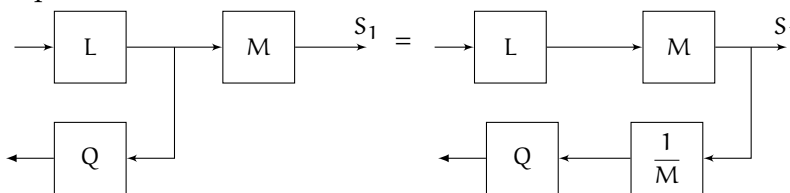


— Déplacement vers l'aval

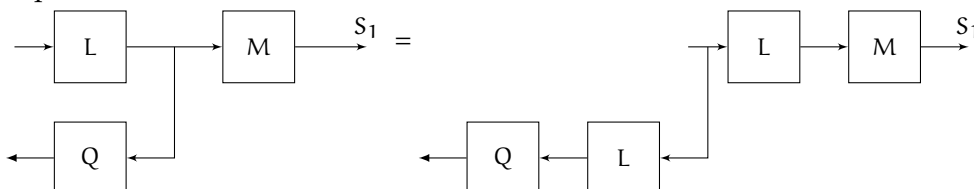


**Déplacement d'une jonction :** comme pour les sommateurs, il est souvent nécessaire de déplacer un point de prélèvement.

— Déplacement vers l'aval



— Déplacement vers l'amont



## 4.3 Détermination d'une fonction de transfert

Il y a deux méthodes principales pour déterminer la fonction de transfert d'un système, la première méthode s'appuie sur la modification du schéma-bloc pour se ramener à une forme simple permettant d'appliquer la formule de Black, l'autre méthode est purement analytique ; souvent nous utiliserons une combinaison des deux.

### 4.3.1 Détermination par la modification du schéma-bloc

On reprend l'exemple de la figure 4.2.

**Étape 1 :** On commence par simplifier tous les blocs en série (figure 4.6).

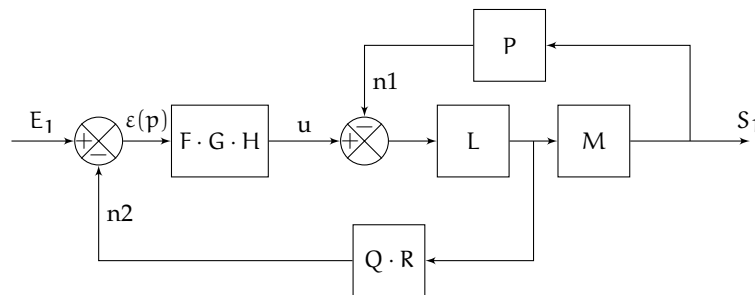


FIGURE 4.6 – Détermination de la fonction de transfert - Étape 1

**Étape 2 :** Ensuite, il faut déplacer les jonctions ou les sommateurs qui sont entrelacés (sur la figure 4.7, on a choisi de déplacer la jonction vers l'aval).

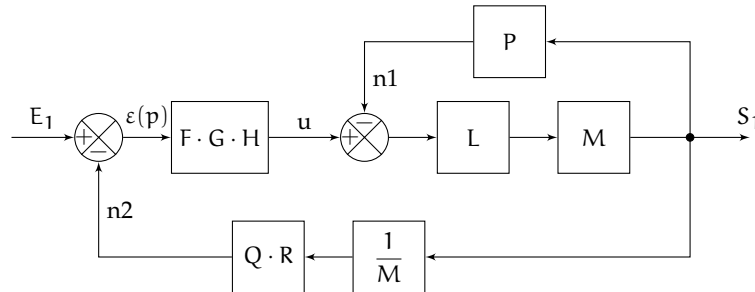


FIGURE 4.7 – Détermination de la fonction de transfert - Étape 2

**Étape 3 :** On applique ensuite la formule de Black lorsque c'est possible, ici sur la boucle interne, on détermine la fonction de transfert  $\frac{S1(p)}{U(p)}$  (figure 4.8).

$$\frac{S1(p)}{U(p)} = \frac{L \cdot M}{1 + L \cdot M \cdot P}$$

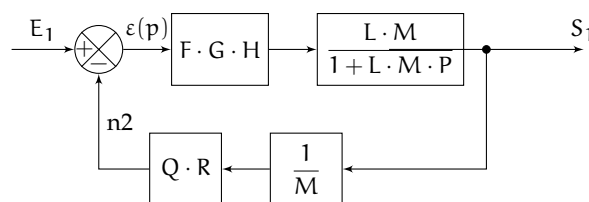


FIGURE 4.8 – Détermination de la fonction de transfert - Étape 3

**Étape 4 :** Il ne reste plus qu'à appliquer la formule de Black (figure 4.9) :

### 4.3 Détermination d'une fonction de transfert

$$\begin{aligned}
 \text{— chaîne directe : } CD(p) &= \frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot M}{1 + L \cdot M \cdot P} \\
 \text{— chaîne de retour : } CR(p) &= \frac{Q \cdot R}{M} \\
 \text{— FTBO : } BO(p) &= \frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot M}{1 + L \cdot M \cdot P} \cdot \frac{Q \cdot R}{M} = \frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot Q \cdot R}{1 + L \cdot M \cdot P}
 \end{aligned}$$

$$BF(p) = \frac{S_1(p)}{E_1(p)} = \frac{CD(p)}{1 + BO(p)} = \frac{\frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot M}{1 + L \cdot M \cdot P}}{1 + \frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot Q \cdot R}{1 + L \cdot M \cdot P}}$$

$$BF(p) = \frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot M}{1 + L \cdot M \cdot P + F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot Q \cdot R}$$

$$\begin{array}{ccc}
 E_1(p) & \xrightarrow{\quad} & \boxed{\frac{F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot M}{1 + L \cdot M \cdot P + F \cdot G \cdot H \cdot L \cdot Q \cdot R}} & \xrightarrow{\quad} & S_1(p)
 \end{array}$$

FIGURE 4.9 – Détermination de la fonction de transfert - Étape 4

#### 4.3.2 Détermination analytique

Pour déterminer analytiquement la fonction de transfert, il est préférable de partir de la sortie et de remonter vers l'entrée. Au préalable il est nécessaire de nommer toutes les entrées et sorties des sommateurs et des jonctions (figure 4.10).

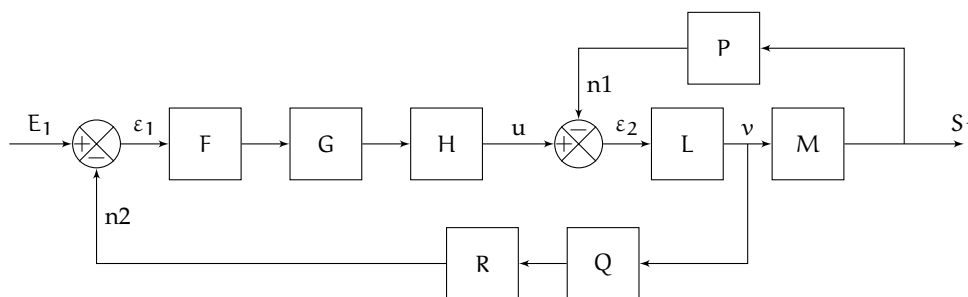


FIGURE 4.10 – Schéma-bloc - Variables intermédiaires nommées

On écrit ensuite les différentes relations, en partant de chaque nœud de sortie (sortie générale, sortie des comparateurs, jonctions) en remontant jusqu'au nœud précédent.

$$\begin{cases}
 S_1(p) = M \cdot v(p) \\
 v(p) = L \cdot \varepsilon_2(p) \\
 \varepsilon_2(p) = F \cdot G \cdot H \cdot \varepsilon_1(p) - P \cdot S_1(p) \\
 \varepsilon_1(p) = E_1(p) - R \cdot Q \cdot v(p)
 \end{cases}$$

On cherche à faire disparaître les sorties de comparateurs, d'abord  $\varepsilon_2$  :

$$\begin{cases}
 S_1(p) = M \cdot v(p) \\
 v(p) = L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot \varepsilon_1(p) - L \cdot P \cdot S_1(p) \\
 \varepsilon_1(p) = E_1(p) - R \cdot Q \cdot v(p)
 \end{cases}$$

puis  $\varepsilon_1$

$$\begin{cases} S_1(p) = M \cdot v(p) \\ v(p) = L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot (E_1(p) - R \cdot Q \cdot v(p)) - L \cdot P \cdot S_1(p) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_1(p) = M \cdot v(p) \\ v(p) = L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot E_1(p) - L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot R \cdot Q \cdot v(p) - L \cdot P \cdot S_1(p) \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} S_1(p) = M \cdot v(p) \\ v(p) (1 + L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot R \cdot Q) = L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot E_1(p) - L \cdot P \cdot S_1(p) \end{cases}$$

Il reste à remplacer  $v(p)$  :

$$S_1(p) (1 + L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot R \cdot Q) = M \cdot L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot E_1(p) - M \cdot L \cdot P \cdot S_1(p)$$

en réorganisant :

$$S_1(p) (1 + M \cdot L \cdot P + L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot R \cdot Q) = M \cdot L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot E_1(p)$$

d'où la fonction de transfert :

$$\frac{S_1(p)}{E_1(p)} = \frac{M \cdot L \cdot F \cdot G \cdot H}{1 + M \cdot L \cdot P + L \cdot F \cdot G \cdot H \cdot R \cdot Q}$$

### 4.3.3 Principe de superposition

Une des propriétés principales des systèmes linéaires est la superposition, on retrouve cette propriété dans la représentation par schémas-blocs.

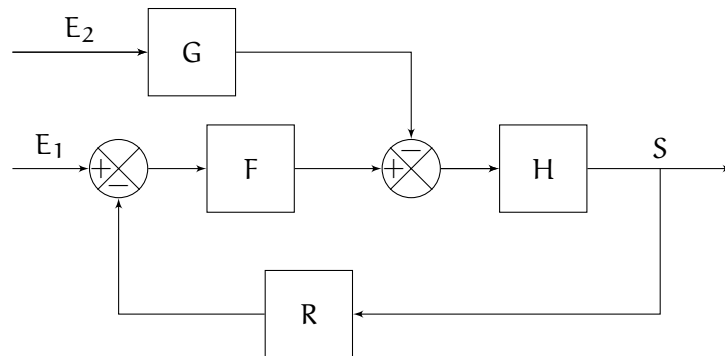


FIGURE 4.11 – Schéma-bloc avec 2 entrées

Le schéma 4.11 présente un système dont la sortie  $S$  dépend de deux entrées  $E_1$  et  $E_2$ . Déterminons la sortie  $S(p)$  en fonction de  $E_1(p)$  et  $E_2(p)$  de manière analytique.

$$S(p) = H \cdot (F \cdot (E_1(p) - R \cdot S(p)) - G \cdot E_2(p))$$

$$S(p) = H \cdot F \cdot E_1(p) - H \cdot F \cdot R \cdot S(p) - H \cdot G \cdot E_2(p)$$

$$S(p) \cdot (1 + H \cdot F \cdot R) = H \cdot F \cdot E_1(p) - H \cdot G \cdot E_2(p)$$

Finalement, on obtient la relation donnant  $S$  :

$$S(p) = \frac{H \cdot F}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_1(p) - \frac{H \cdot G}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_2(p)$$



### 4.3 Détermination d'une fonction de transfert

Montrons que l'on peut déterminer cette fonction en utilisant la superposition.

Dans un premier temps, on pose  $E_2(p) = 0$  (figure 4.12a), le schéma devient celui de la figure 4.12b :

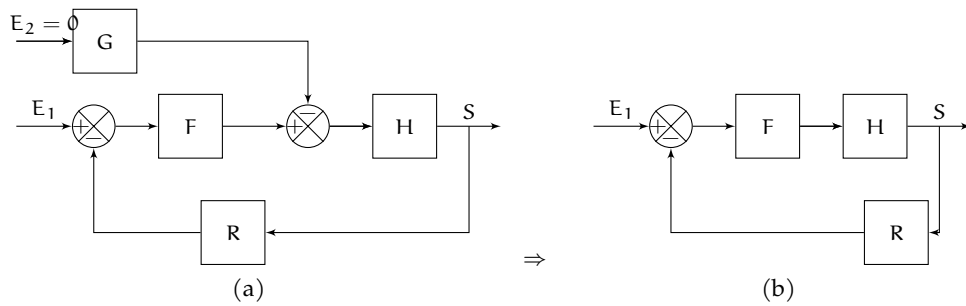


FIGURE 4.12 – Schéma-bloc

On détermine rapidement la fonction de transfert vis-à-vis de l'entrée  $E_1(p)$  pour  $E_2(p) = 0$ .

$$S(p)_{E_2(p)=0} = \frac{H \cdot F}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_1(p)$$

Dans un second temps, on pose  $E_1(p) = 0$  (figure 4.13a), le schéma devient celui de la figure 4.13b que l'on peut simplifier en déplaçant le signe négatif vers le sommateur (figure 4.13c). Finalement on peut mettre le schéma sous la forme classique de la figure 4.13d.

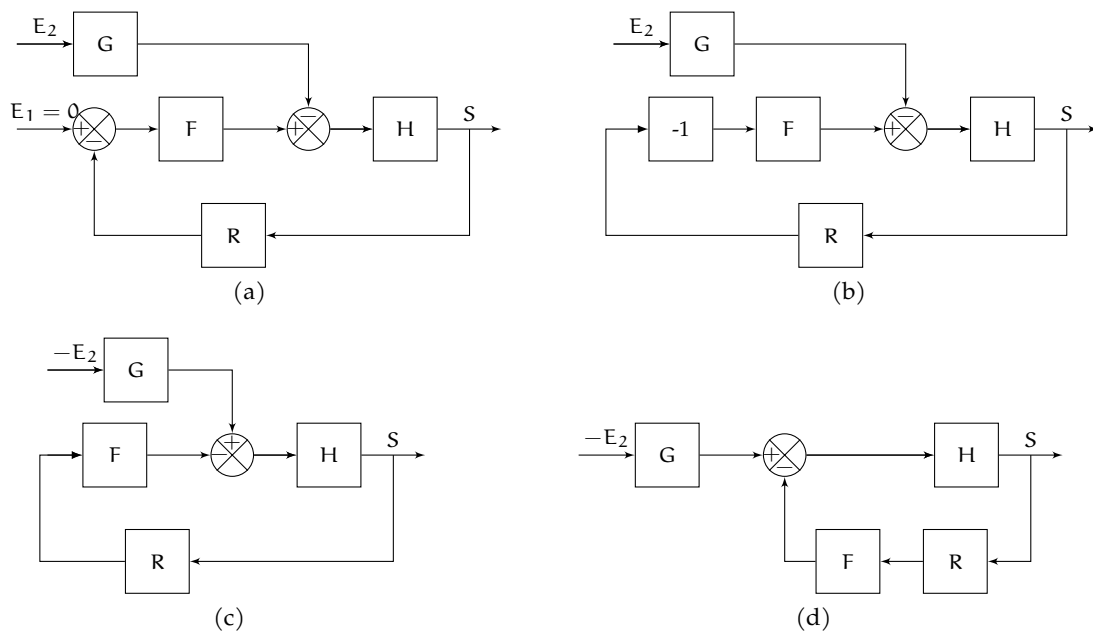


FIGURE 4.13 – Schéma-bloc

On détermine ainsi rapidement la fonction de transfert vis à vis de l'entrée  $E_2(p)$  pour  $E_1(p) = 0$ .

$$S(p)_{E_1(p)=0} = -\frac{H \cdot G}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_2(p)$$

On retrouve bien en sommant les deux fonctions, la fonction donnant  $S(p)$  en fonction de  $E_1(p)$  et  $E_2(p)$  :

$$S(p) = S(p)_{E_2(p)=0} + S(p)_{E_1(p)=0}$$

$$S(p) = \frac{H \cdot F}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_1(p) - \frac{H \cdot G}{1 + H \cdot F \cdot R} \cdot E_2(p)$$

## 4.4 Application : moteur à courant continu à champ permanent

### 4.4.1 Principe de fonctionnement

Un moteur<sup>1</sup> à courant continu est constitué d'un rotor bobiné (induit) qui est placé dans le champ magnétique créé par un stator (inducteur), le champ peut être créé par un aimant permanent ou par un stator bobiné.

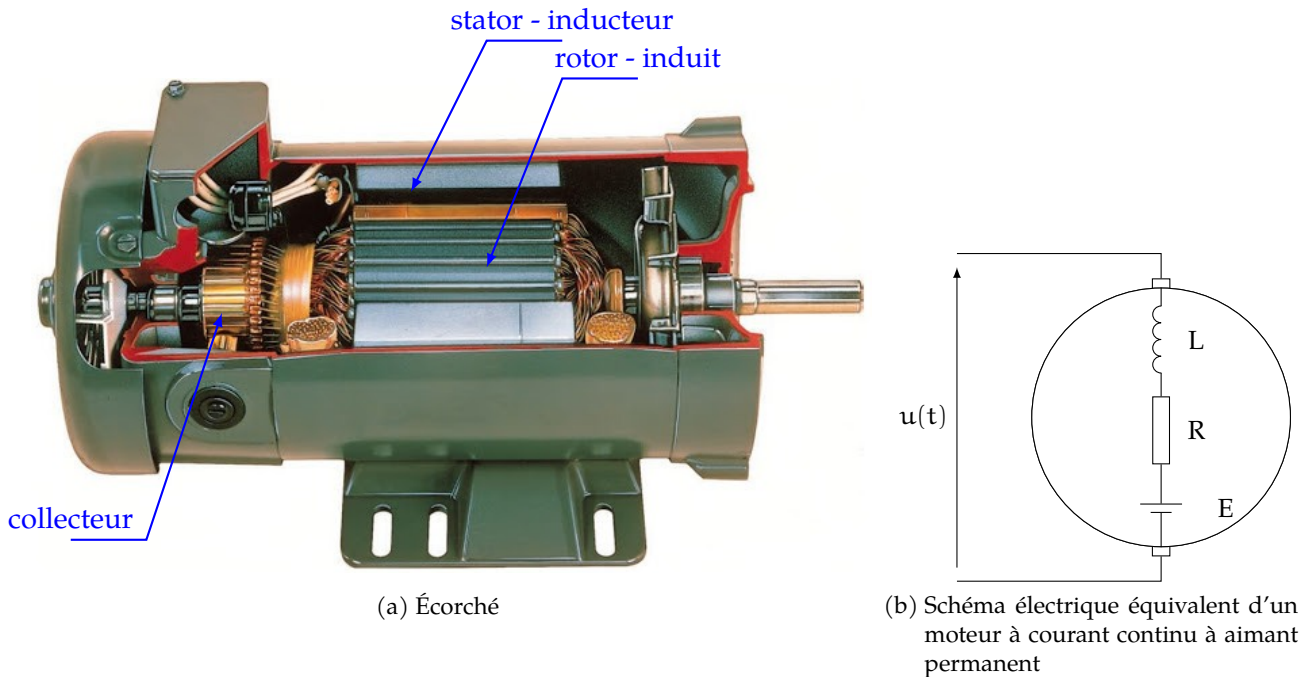


FIGURE 4.14 – Moteur à courant continu

Le courant qui circule dans un conducteur du rotor placé dans le champ magnétique produit une force qui a tendance à faire tourner le rotor. La force agissant sur le conducteur est proportionnelle au courant circulant dans le conducteur.

Lorsque le rotor tourne, une force électromotrice est induite dans le rotor qui s'oppose à la tension d'alimentation ; cette tension, appelée force contre électromotrice f.c.e.m, est proportionnelle à la vitesse de rotation de l'arbre moteur.

### 4.4.2 Modèle de connaissance

D'un point de vue électrique, le moteur peut donc être modélisé de la façon suivante (schéma 4.14b). Le rotor est équivalent à une résistance, une inductance et un générateur en série ; le stator est une inductance. On note :

- $U(t)$  : tension de commande d'induit,
- $I(t)$  : courant d'induit,
- $E$  : force contre électromotrice,
- $L, R$  : inductance et résistance d'induit.

Pour la suite nous n'étudierons que les moteurs dont le flux inducteur est constant (cas des moteurs à aimant permanent). Dans ce cas, le couple moteur est proportionnel au courant.

1. Le principe et l'étude des machines électriques seront approfondis en sciences physiques.

**Relations électromécaniques :**

— La force contre électromotrice est proportionnelle à la vitesse de rotation :

$$E(t) = K_E \cdot \omega_n(t)$$

— Le couple délivré par le moteur est proportionnel au courant dans le circuit induit :

$$C_m(t) = K_T \cdot i(t)$$

On appelle

—  $K_E$  : constante de F.c.e.m du moteur.

—  $K_T$  : constante de couple du moteur (dépendant du flux de l'inducteur).

Ces deux constantes sont égales.

**Équation électrique :**

À partir du schéma équivalent du moteur on écrit l'équation différentielle (loi des mailles) qui relie la tension de commande  $u(t)$  au courant  $i(t)$  dans le circuit :

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{d i(t)}{dt} + E(t)$$

**Comportement mécanique :**

Le couple moteur  $c_m(t)$  entraîne le rotor en rotation et l'arbre moteur.

Le rotor a une inertie  $I_r$  [kgm<sup>2</sup>]. La charge est caractérisée par son inertie  $I_c$  ramenée sur l'arbre moteur. Un couple résistant  $c_r(t)$  s'oppose au mouvement.

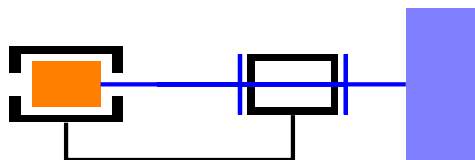


FIGURE 4.15 – Modélisation mécanique

L'arbre moteur est en liaison pivot avec le bâti, les frottements dans la liaison sont modélisés par un couple de frottement fluide proportionnel à la vitesse de rotation :  $c_f(t) = -f \cdot \omega_m(t)$ .

L'application du théorème du moment cinétique appliqué à l'arbre moteur et à la charge donne :

$$(I_c + I_r) \cdot \frac{d \omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - f \cdot \omega_m(t) - c_r(t)$$

On pose  $I_e = I_c + I_r$ , avec  $I_e$  l'inertie équivalente à l'ensemble mobile ramené sur l'arbre moteur.

$$I_e \cdot \frac{d \omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - f \cdot \omega_m(t) - c_r(t)$$

Le fonctionnement du moteur est donc traduit par ces quatre équations.

**4.4.3 Schéma-bloc du moteur**

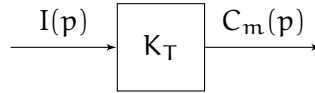
On pose :  $\mathcal{L}(\omega_m(t)) = \Omega_m(p)$ ,  $\mathcal{L}(c_m(t)) = C_m(p)$ ,  $\mathcal{L}(c_r(t)) = C_r(p)$ ,  $\mathcal{L}(u(t)) = U(p)$ ,  $\mathcal{L}(E(t)) = E(p)$  et  $\mathcal{L}(i(t)) = I(p)$ .

On se place dans les conditions de Heaviside. Dans le domaine symbolique, les quatre équations deviennent :

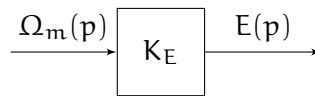
$$\begin{aligned}
 c_m(t) &= K_T \cdot i(t) \rightarrow C_m(p) = K_T \cdot I(p) \\
 E(t) &= K_E \cdot \omega_n(t) \rightarrow E(p) = K_E \cdot \Omega_m(p) \\
 \mathcal{H}(t) &= R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + E(t) \rightarrow U(p) = (R + L \cdot p) \cdot I(p) + E(p) \\
 I_e \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} &= c_m(t) - f \cdot \omega_m(t) - c_r(t) \rightarrow I_e \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) - f \cdot \Omega_m(p) - C_r(p)
 \end{aligned}$$

Pour chaque équation on peut tracer un schéma-bloc élémentaire :

$$C_m(p) = K_T \cdot I(p)$$



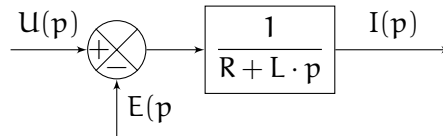
$$E(p) = K_E \cdot \Omega_m(p)$$



$$U(p) = (R + L \cdot p) \cdot I(p) + E(p)$$

que l'on met sous la forme

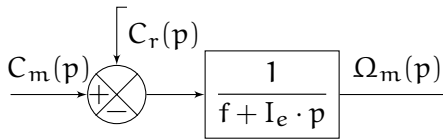
$$I(p) = \frac{1}{R + L \cdot p} \cdot (U(p) - E(p))$$



$$U(p) = I_e \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) - f \cdot \Omega_m(p) - C_r(p)$$

que l'on met sous la forme

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{f + I_e \cdot p} \cdot (C_m(p) - C_r(p))$$



À partir de ces schémas élémentaires, on construit le schéma-bloc du moteur à courant continu (figure 4.16).

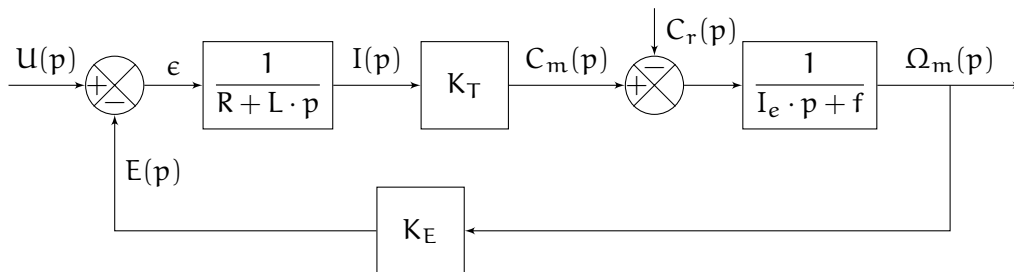


FIGURE 4.16 – Schéma-bloc moteur à courant continu

On constate que la vitesse de rotation du moteur dépend à la fois de la tension d'alimentation et du couple résistant. On doit donc pouvoir écrire :

$$\Omega_m(p) = H_1(p) \cdot U(p) + H_2(p) \cdot C_r(p)$$

#### 4.4.4 Détermination analytique de $\Omega_m(p)$

$$\begin{aligned}\Omega_m(p) &= \frac{1}{I_e \cdot p + f} (C_m(p) - C_r(p)) \\ \Omega_m(p) &= \frac{1}{I_e \cdot p + f} \left( \frac{K_T}{R + L \cdot p} (U(p) - E(p)) - C_r(p) \right) \\ \Omega_m(p) &= \frac{1}{I_e \cdot p + f} \left( \frac{K_T}{R + L \cdot p} (U(p) - K_E \cdot \Omega_m(p)) - C_r(p) \right)\end{aligned}$$

soit en réorganisant

$$\Omega_m(p) = \frac{K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)} \cdot U(p) - \frac{K_E \cdot K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)} \cdot \Omega_m(p) - \frac{K_T}{I_e \cdot p + f} \cdot C_r(p)$$

$$\Omega_m(p) \left( 1 + \frac{K_E \cdot K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)} \right) = \frac{K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)} \cdot U(p) - \frac{1}{I_e \cdot p + f} \cdot C_r(p)$$

$$\Omega_m(p) \left( \frac{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p) + K_E \cdot K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)} \right) = \frac{K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p)} \cdot U(p) - \frac{1}{I_e \cdot p + f} \cdot C_r(p)$$

$$\Omega_m(p) = \frac{K_T}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p) + K_E \cdot K_T} \cdot U(p) - \frac{R + L \cdot p}{(I_e \cdot p + f) \cdot (R + L \cdot p) + K_E \cdot K_T} \cdot C_r(p)$$

On retrouve bien que  $\Omega_m(p)$  dépend bien de  $U(p)$  et  $C_r(p)$ .

Cet exemple est important, le moteur à courant continu étant un des principaux actionneurs utilisés dans les asservissements.