Chapitre 1

DM de Noël - cinématique

Exercice 1 - Robot « Ericc »

Corrigé page 6

A. Présentation générale

B. Présentation

Le robot ERICC 3 est un robot ayant 5 axes de rotation.

La définition des axes est la suivante :

— Axe 1 : axe de lacet

— Axe 2 : axe d'épaule

— Axe 3 : axe de coude

— Axe 4 : axe de poignet

— Axe 5 : axe de pince

Ces différentes articulations permettent de réaliser de nombreux mouvements. De ce fait, ces robots sont très utilisés dans l'industrie pour effectuer des opérations de collage, de soudage, de peinture, de manutention de pièces, etc. La pince peut être remplacée par un outil spécifique.

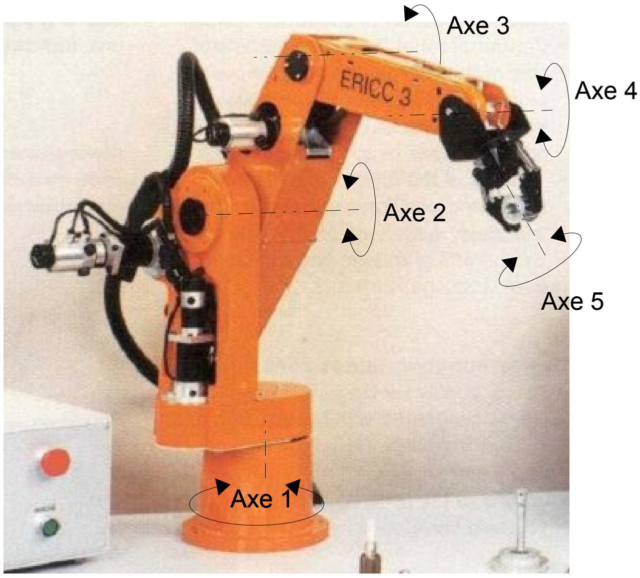


FIGURE 1 – Robot Ericc3

Les performances des axes sont décrites dans le tableau ci dessous :

Axe	paramètre	domaine de variation [°]	vitesse max[°/s]	temps de réponse[ms]	Accélération max [°s^{-2}]	erreur de poursuite[°]
Axe 1	θ_1	$[-135°, 135°]$	90	355	324	$-1,6$
Axe 2	θ_2	$[-90°, 45°]$	70	170	410	$-1,74$
Axe 3	α_3	$[0°, 135°]$	70	70	938	0
Axe 4	θ_4	$[-90°, 90°]$	200	80	2500	3,6
Axe 5	θ_5	multi-tours	145	29	500	0

Si l'on prend en compte les mouvements du lacet et de l'épaule, la vitesse linéaire maximum est de $v_{max} = 1{,}497\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

En configuration bras tendu, nous avons $\|\overrightarrow{O_2O_5}\| = R = 0{,}752\,5\,\text{m}$.

B.1. Modélisation cinématique

La figure 2 et le tableau 1 présentent le paramétrage du robot et les différents repères associés aux solides le composant.

Le paramétrage fourni sur le tableau 1 est partiel.

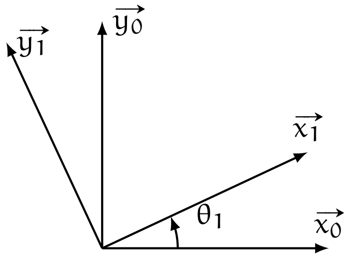
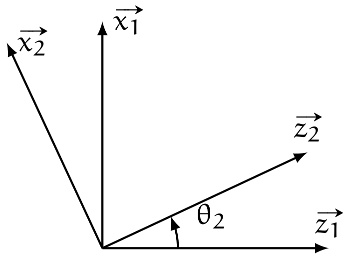
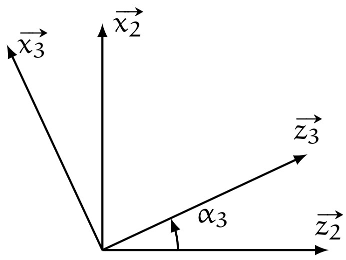
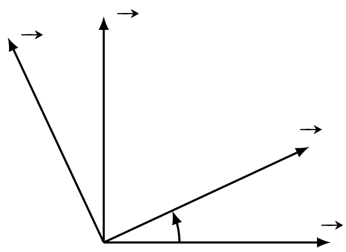
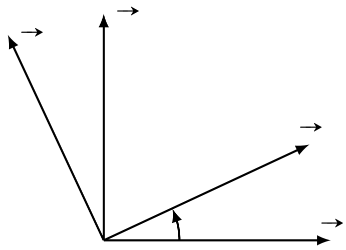
	Figures de calculs	Vecteur rotation
Le repère $\mathcal{R}_0 = (O_0, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ est associé au socle (0) le repère $\mathcal{R}_1 = (O_1, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ avec $\vec{z_0} = \vec{z_1}$ est associé à la chaise (1). La chaise (1) pivote par rapport socle (0) autour de l'axe $(O_0, \vec{z_0})$. On note : — $\overrightarrow{O_0O_1} = a_1 \cdot \vec{z_0}$ avec $a_1 = 160\,\mathrm{mm}$ — $\theta_1 = (\vec{x_0}, \vec{x_1})$		$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\theta}_1 \cdot \vec{z_0}$
Le repère $\mathcal{R}_2 = (O_2, \vec{x_2}, \vec{y_2}, \vec{z_2})$ avec $\vec{y_1} = \vec{y_2}$ est associé au bras (2), le bras pivote par rapport à la chaise autour de l'axe $(O_2, \vec{y_1})$. — $\overrightarrow{O_1O_2} = a_2 \cdot \vec{z_1}$ avec $a_2 = 352\,\mathrm{mm}$ — $\theta_2 = (\vec{z_1}, \vec{z_2}) = (\vec{x_1}, \vec{x_2})$		$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\theta}_2 \cdot \vec{y_1}$
Le repère $\mathcal{R}_3 = (O_3, \vec{x_3}, \vec{y_3}, \vec{z_3})$ avec $\vec{y_1} = \vec{y_3}$ est associé à l'avant bras (3), l'avant bras pivote par rapport au bras autour de l'axe $(O_3, \vec{y_1})$. — $\overrightarrow{O_2O_3} = a_3 \cdot \vec{x_2}$ avec $a_3 = 280\,\mathrm{mm}$ — $\alpha_3 = (\vec{z_2}, \vec{z_3}) = (\vec{x_2}, \vec{x_3})$		$\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \dot{\alpha}_3 \cdot \vec{y_1}$
Le repère $\mathcal{R}_4 = (O_4, \vec{x_4}, \vec{y_4}, \vec{z_4})$ avec $\vec{y_1} = \vec{y_4}$ est associé au poignet (4), le poignet pivote par rapport à l'avant bras autour de l'axe $(O_4, \vec{y_1})$. — $\overrightarrow{O_3O_4} = a_4 \cdot \vec{x_3}$ avec $a_4 = 317{,}5\,\mathrm{mm}$ — $\theta_4 = (\vec{z_3}, \vec{z_4}) = (\vec{x_3}, \vec{x_4})$		$\overrightarrow{\Omega_{....}} =$ ....
Le repère $\mathcal{R}_5 = (O_4, \vec{x_5}, \vec{y_5}, \vec{z_5})$ avec $\vec{x_4} = \vec{x_5}$ est associé à la pince (5), la pince pivote par rapport au poignet autour de l'axe $(O_4, \vec{x_4})$. — $\overrightarrow{O_4O_5} = a_5 \cdot \vec{x_4}$ avec $a_5 = 155\,\mathrm{mm}$ — $\theta_5 = (\vec{y_4}, \vec{y_5}) = (\vec{z_4}, \vec{z_5})$		$\overrightarrow{\Omega_{....}} =$ ....

Table 1 – paramétrage

C. Étude cinématique

L'étude cinématique et géométrique complète du robot étant relativement complexe, nous allons limiter l'étude à quelques positions et mouvement simples .

Q1. Reprendre sur votre feuilles les figures de rotation positionnant les deux derniers repères et les compléter. Préciser les vecteurs rotation. Déterminer $\overrightarrow{\Omega_{3/1}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{3/0}}$.

Q2. Préciser $\overrightarrow{V_{O_1\in 1/0}}$, $\overrightarrow{V_{O_2\in 2/1}}$, $\overrightarrow{V_{O_3\in 3/2}}$, $\overrightarrow{V_{O_4\in 4/3}}$, $\overrightarrow{V_{O_5\in 5/4}}$ puis les torseurs cinématiques $\left\{\mathcal{V}_{1/0}\right\}$,

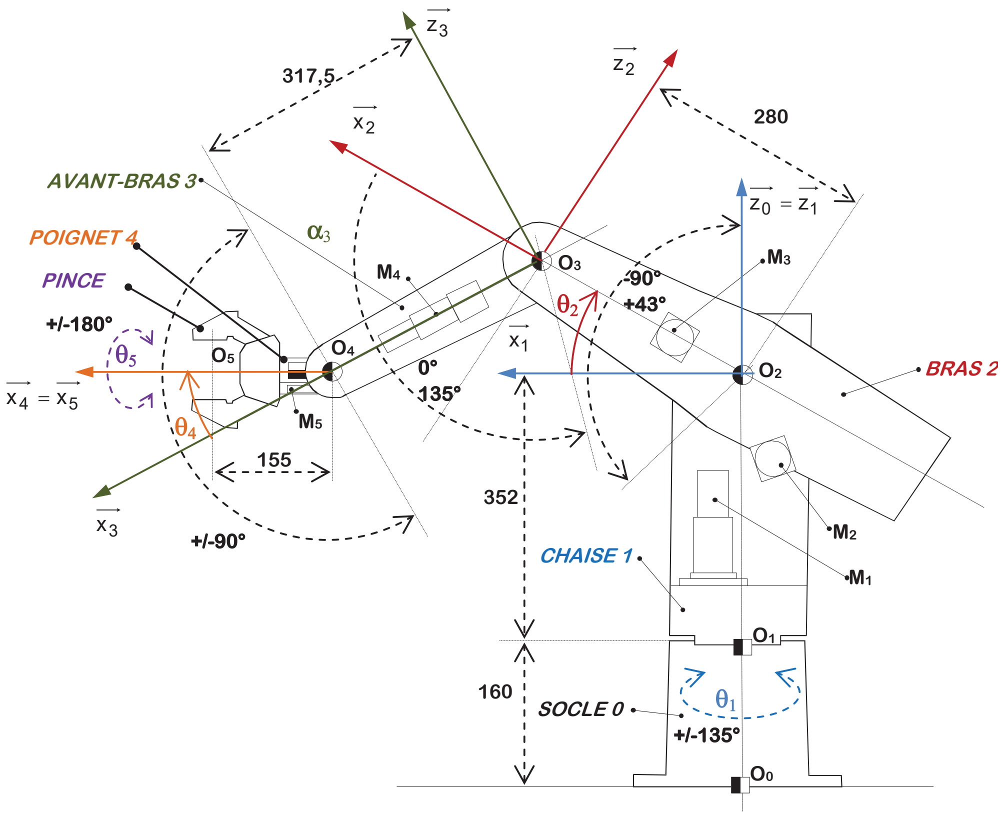


FIGURE 2 – Paramétrage du robot

$\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}$, $\left\{\mathcal{V}_{3/2}\right\}$ $\left\{\mathcal{V}_{4/3}\right\}$ et $\left\{\mathcal{V}_{5/4}\right\}$.

C.1. Mouvement horizontal

Q3. Déterminer $\overrightarrow{O_2O_5}$.

Q4. Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{O_2O_4}$ dans la base $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ en fonction de θ_2, α_3, a_3 et a_4

On souhaite que le point O_4 se déplace suivant une ligne horizontale, le long de la droite $(O_2, \overrightarrow{x_1})$. On pose $\overrightarrow{O_2O_4} = \lambda \cdot \overrightarrow{x_1}$.

Q5. Montrer que pour respecter cette relation, on a alors : $\alpha_3 = -\theta_2 - \arcsin\left(\frac{a_3}{a_4} \cdot \sin(\theta_2)\right)$.

La courbe représentative de cette fonction est tracée sur la figure 3.

Q6. Préciser sur la courbe de la figure 3, la zone utile pour réaliser le déplacement linéaire. En déduire la valeur minimale de θ_2 compatible. Pour cette zone utile, proposer une relation simplifiée entre θ_2 et α_3.

Q7. En déduire λ en fonction de θ_2 et α_3 puis en fonction de θ_2 uniquement.

Q8. Déterminer les valeurs maxi et mini de λ.

FIGURE 3 – Courbe représentative de $\alpha_3 = -\theta_2 - \arcsin\left(\frac{a_3}{a_4} \cdot \sin(\theta_2)\right)$

Q9. Déterminer $\dot{\lambda}$ en fonction de θ_2 et α_3 et des dérivées correspondantes puis uniquement en fonction de θ_2 et de sa dérivées.

On souhaite enfin, que le point O_5 soit sur la même droite $(O_2, \overrightarrow{x_1})$

Q10. Déterminer l'angle $(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_4})$ en fonction de θ_2, α_3 et θ_4, en déduire θ_4 en fonction de θ_2.

C.2. Vitesse maximale

La documentation précise que la vitesse linéaire maximum de la pince en O_5 est $\|\overrightarrow{V_{O_5 \in 5/0}}\| = 1{,}497\ m \cdot s^{-1}$. On se propose de vérifier cette vitesse maximale.

— Bras tendu

On se place dans la position particulière « bras tendu » de la figure 4.

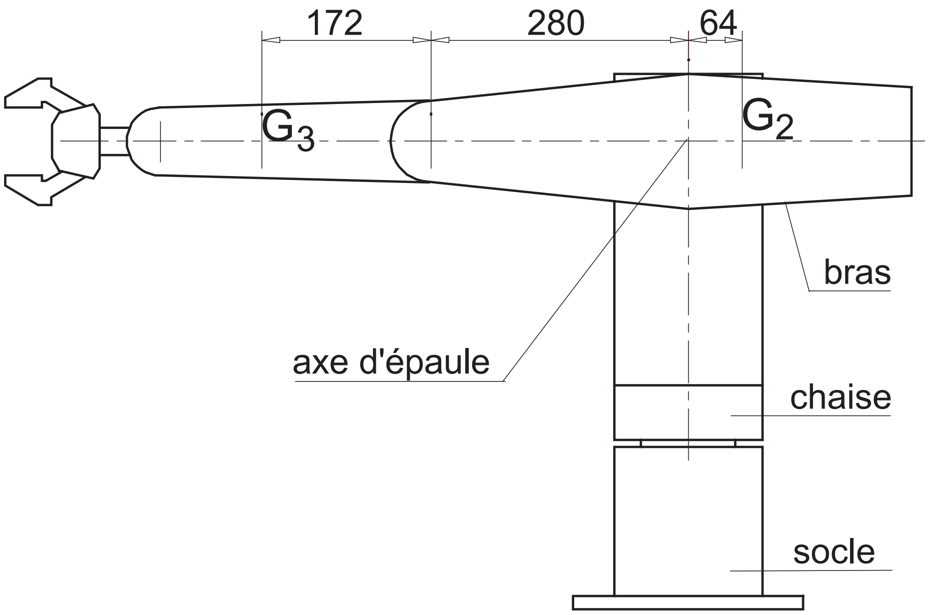


FIGURE 4 – Position « bras tendu »

Les deux seuls mouvements possibles sont le mouvement de lacet de la chaise 1 par rapport au socle 0 et le mouvement d'épaule du bras 2 par rapport à la chaise 1. Tous les autres mouvements sont bloqués dans la position bras tendu. Les vecteurs $\overrightarrow{x_2} = \overrightarrow{x_3} = \overrightarrow{x_5}$ sont alors confondus.

On note Σ_2 l'ensemble constitué des solides {2,3,4,5} considéré comme un seul solide.

Q11. Justifiez (sans calculs) que c'est dans cet position que la vitesse $\overrightarrow{V_{O_5 \in \Sigma_2/0}}$ est maximale.

Q12. Déterminer le vecteur rotation $\overrightarrow{\Omega_{\Sigma_2/0}}$ de l'ensemble Σ_2 par rapport au socle, en déduire le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{\Sigma_2/0}\right\}$ en O_2.

Q13. Déterminer $\overrightarrow{V_{O_5 \in \Sigma_2/0}}$

Q14. Déterminer la norme de $\overrightarrow{V_{O_5 \in \Sigma_2/0}}$ à l'instant du démarrage $(t = 0)$ pour la vitesse maximale des axes 1 et 2.

— Bras libres

On considère maintenant que les rotations de l'avant bras par rapport au bras et de la pince par rapport à l'avant bras sont posibles $\dot{\alpha}_3 \neq 0$ et $\dot{\theta}_4 \neq 0$).

Le robot est bras tendu dans sa position initiale $(t = 0)$.

Q15. Déterminer $\overrightarrow{V_{O_5 \in 5/0}}$ en fonction de $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$, $\dot{\alpha}_3$, $\dot{\theta}_4$.

Q16. Déterminer $\|\overrightarrow{V_{O_5 \in 5/0}}\|$ à l'instant $t = 0$ pour les vitesses maximales des 4 axes. Conclure vis à vis du cahier des charges.