

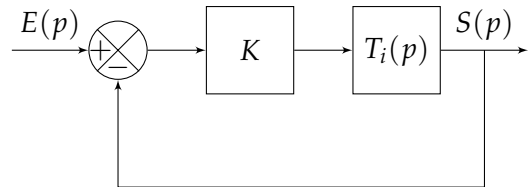
6.3 Feuille de travaux dirigés n°6a

Exercice 1 - Applications du cours

Corrigé page 23

A. Critère du revers dans le plan de Bode

Chaque système est décrit par le schéma bloc ci-contre.



Q1. Pour chacune des fonctions de transfert en boucle ouverte tracées (pour $K = 1$) sur les figures 6.11a et 6.11b déterminer par le critère du revers si le système en boucle fermée est stable. Préciser la valeur maxi de K pour que le système soit juste instable.

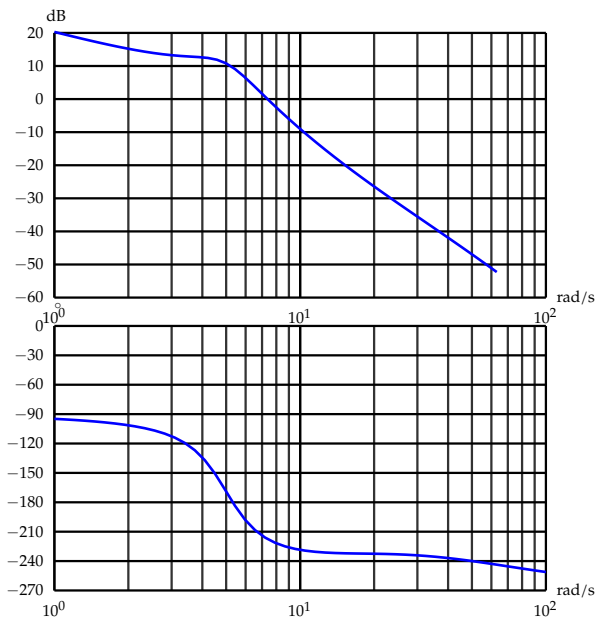
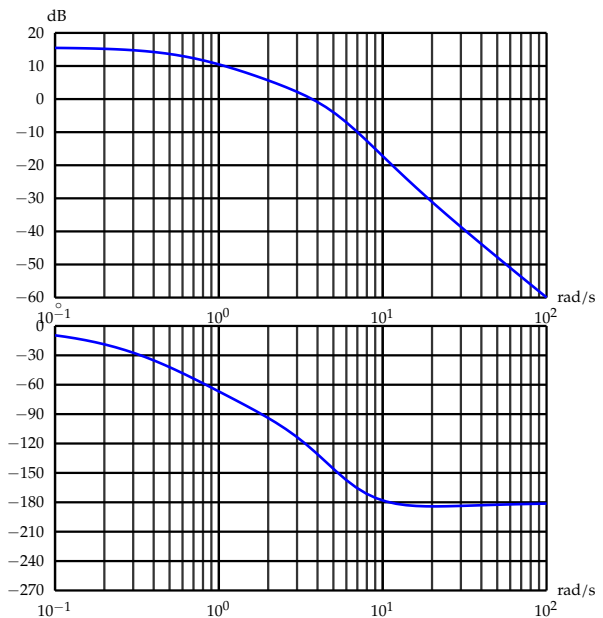
(a) Diagramme de Bode de $T_1(p)$ (b) Diagramme de Bode de $T_2(p)$

FIGURE 6.11 – Étude graphique de la stabilité

B. Stabilité graphique

La FTBO du système étudié est définie par : $H_1(p) = \frac{160}{p(16 + 2 \cdot p + p^2)}$

Q2. Tracer les diagrammes de Bode. Le système est-il stable en boucle fermée ?

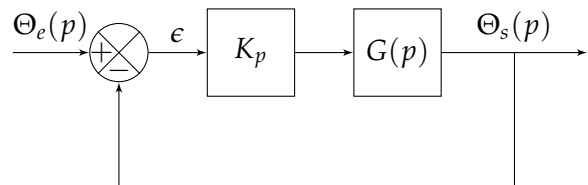
Q3. Déterminer graphiquement la valeur de K_p pour la juste instabilité.

C. Stabilité d'un second ordre avec intégration

Soit le système décrit par le schéma bloc ci-contre avec

$$G(p) = \frac{K}{p \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2} \right)}$$

pour les valeurs suivantes :



$$- G(p) = G_1(p) = \frac{5}{p(1+4 \cdot p)(1+0,1 \cdot p)}$$

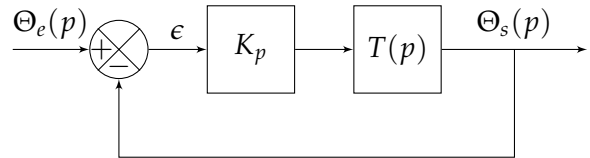
$$- G(p) = G_2(p) = \frac{1}{p \cdot (1+0,2 \cdot p)^2}$$

- Q4.** Déterminer analytiquement la valeur de K_p pour laquelle le système est juste instable.
Q5. Déterminer K_p afin que la marge de phase soit $M_\phi > 45^\circ$ et la marge de gain $M_G > 15$ dB.

D. Stabilité d'un second ordre généralisé avec un zéro positif

Soit $T(p) = \frac{1 - 0.2 \cdot p}{1 + 4 \cdot p + 100 \cdot p^2}$

- Q6.** Déterminer la condition sur K_p pour que le système soit stable



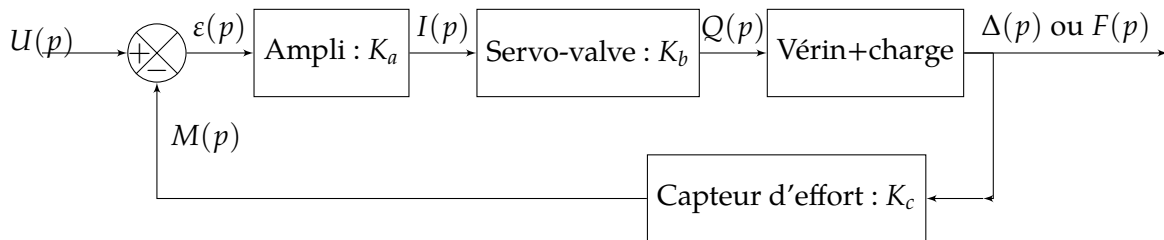
Exercice 2 - Étude de l'asservissement de force

Centrale 1998

Corrigé page 25

On se propose de caractériser le fonctionnement d'un tribomètre¹ utilisé pour étudier les surfaces frottantes des freins du T.G.V.

Le cahier des charges du tribomètre indique que la force à laquelle doit être soumis le plot frottant est comprise entre 40 N et 800 N. Cette force doit pouvoir évoluer selon des lois reproduisant les principales conditions de freinage rencontrées lors de l'exploitation du T.G.V. La fréquence d'utilisation est inférieure à 200 Hz. Toutes ces contraintes ont amené à concevoir un dispositif d'asservissement en force (ou en pression) suivant la disposition suivante (diagramme des blocs) :



A. Étude de la servo-valve

Le constructeur de la servo-valve a fourni les courbes caractéristiques de la servo-valve à la pression d'utilisation (figures 6.12 et 6.13).

- Q1.** On identifie la servo-valve à un modèle de système continu du premier ordre. Préciser la fonction transfert $Sv(p)$.

Justifier ce choix en vous aidant des diagrammes fournis par le constructeur. Évaluer la constante de temps de la servo-valve et le gain statique de la servo-valve.

En quoi ce choix est-il critiquable ?

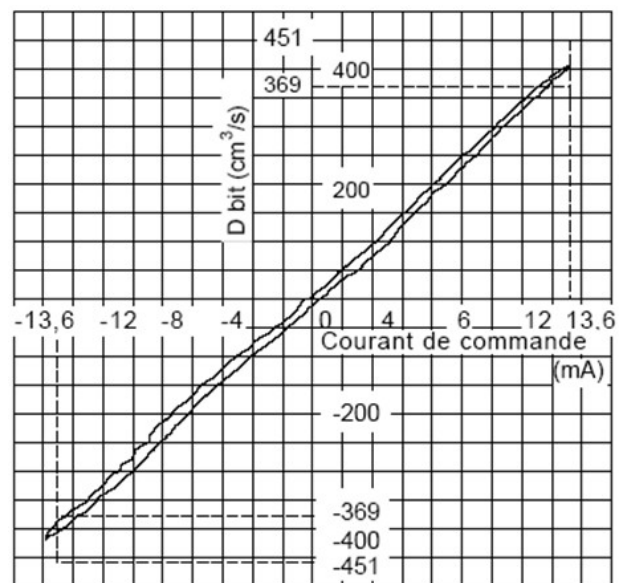


FIGURE 6.12 – Caractéristique Débit/Courant

1. Un tribomètre permet de mesurer le coefficient de frottement.

B. Détermination de la fonction de transfert

L'étude suivante se propose de définir la fonction de transfert du bloc « vérin et charge ».

On considère les données suivantes :

$q(t)$ Débit

$x(t)$ Déplacement de la tige du vérin

$\delta_p(t)$ Différence de pression sur les deux faces du piston

S Surface de poussée du vérin
 $S = 133 \text{ mm}^2$

V Volume du vérin et des tuyaux
 $V = 10 \text{ cm}^3$

M Masse à mettre en mouvement
 $M = 4 \text{ kg}$

B Coefficient de compressibilité du fluide
 $B = 10\,000 \times 10^5 \text{ Pa}$

f Coefficient de frottement visqueux
 $f = 2\,800 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$

r Raideur mécanique
 $r_h + r = 3,8 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

Le fonctionnement de cet ensemble est décrit par les deux équations différentielles suivantes :

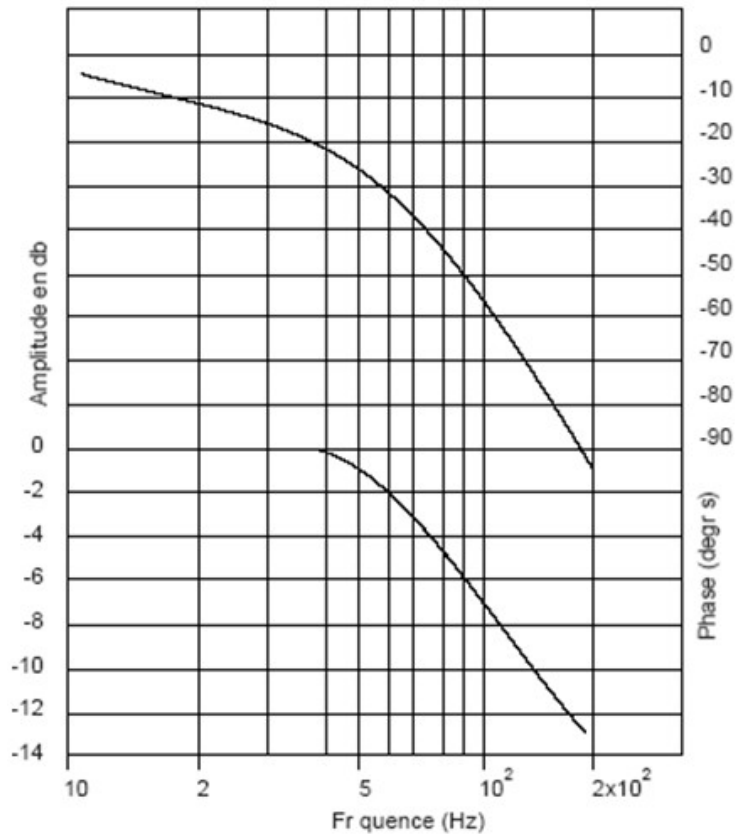


FIGURE 6.13 – Caractéristique fréquentielle

— Équation de débit : $q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2 \cdot B} \frac{d\delta_p(t)}{dt}$

— Équation des forces : $S \cdot \delta_p(t) = M \frac{d^2x(t)}{dt^2} + f \frac{dx(t)}{dt} + r \cdot x(t)$

Q2. Déterminer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{\Delta P(p)}{Q(p)}$ en fonction de B, V, r, r_h, M, f avec $r_h = \frac{2 \cdot B \cdot S^2}{V}$ la raideur hydraulique du vérin. Montrez que $H_1(p)$ s'écrit :

$$H_1(p) = \frac{K_1}{p} \cdot \frac{N_1(p)}{D_1(p)}$$

avec $N_1(p)$ et $D_1(p)$ deux polynômes en p avec $N_1(0) = 1$ et $D_1(0) = 1$.

Q3. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $B_o(p) = \frac{M(p)}{\varepsilon(p)}$.

Pour la suite, on pose pour $K_a = 1$ et $K_c = 1$:

$$B_o(p) = \frac{372}{p} \frac{1}{1 + T_b \cdot p} \cdot \frac{1 + \frac{2 \cdot 1,36}{256} \cdot p + \frac{p^2}{256^2}}{1 + \frac{2 \cdot 0,36}{975} \cdot p + \frac{p^2}{975^2}}$$

Sur la figure 6.14 sont représentés les diagrammes de Bode de $N_1(p)$ et $\frac{1}{D_1(p)}$ et $\frac{1}{1 + T_b \cdot p}$.

Q4. Indiquez sur le graphe à quelles courbes correspondent chacune des fonctions de transfert. Compléter les diagrammes en précisant les asymptotes.

6.3 Feuille de travaux dirigés n°6a

Q5. Compléter les diagrammes en ajoutant l'intégrateur de fonction de transfert $\frac{372}{p}$.

Q6. En déduire les diagrammes de Bode réels et asymptotiques de la FTBO.

Q7. Préciser la condition de stabilité en fonction de K_a .

Q8. Justifier, que dans le domaine de fonctionnement, la FTBO peut être modélisée par $B'_o(p) = \frac{K'}{p}$.

Préciser K' .

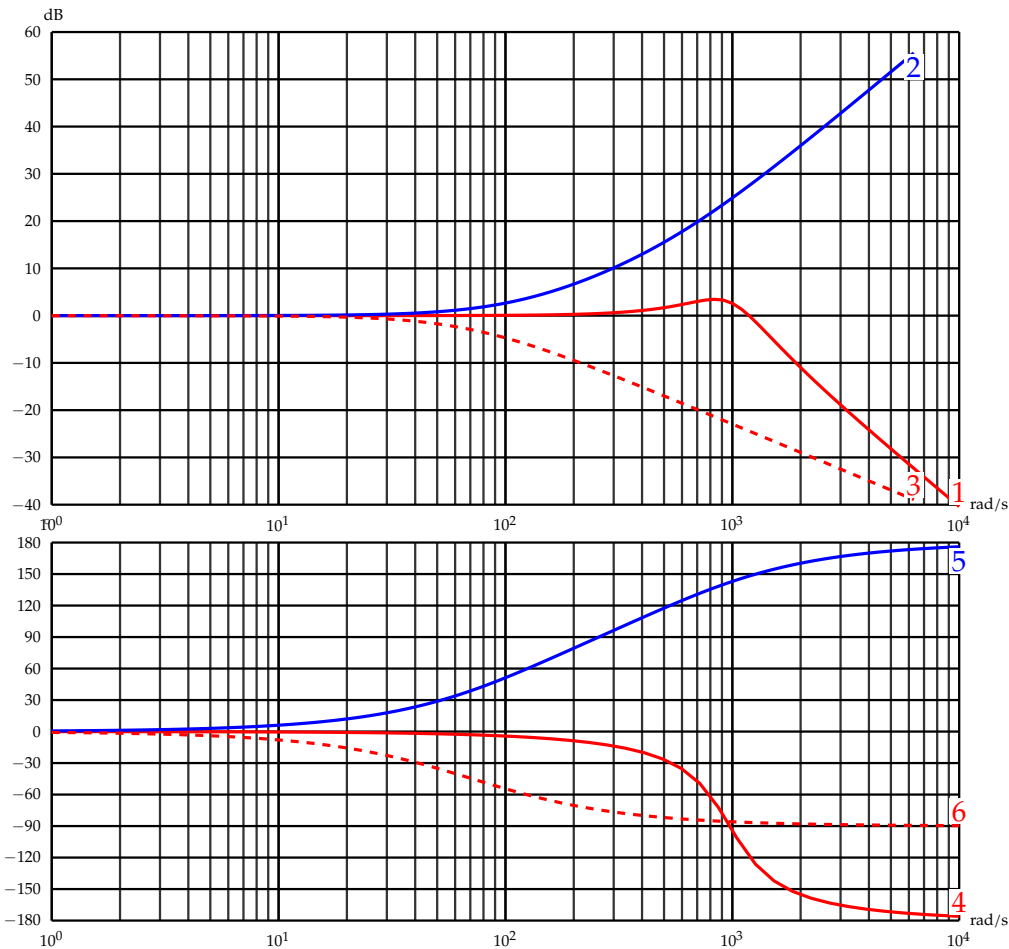


FIGURE 6.14 – Diagrammes de Bode à compléter

La réponse temporelle à un échelon unitaire de l'actionneur du tribomètre est tracée sur la figure 6.15.

On considère la modélisation simplifiée $B'_o(p) = \frac{K'}{p}$.

Q9. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée simplifiée $B'_f(p)$ puis la réponse temporelle pour une entrée en échelon.

Q10. Tracer la réponse temporelle sur la figure 6.15. Que pensez-vous du modèle simplifié?

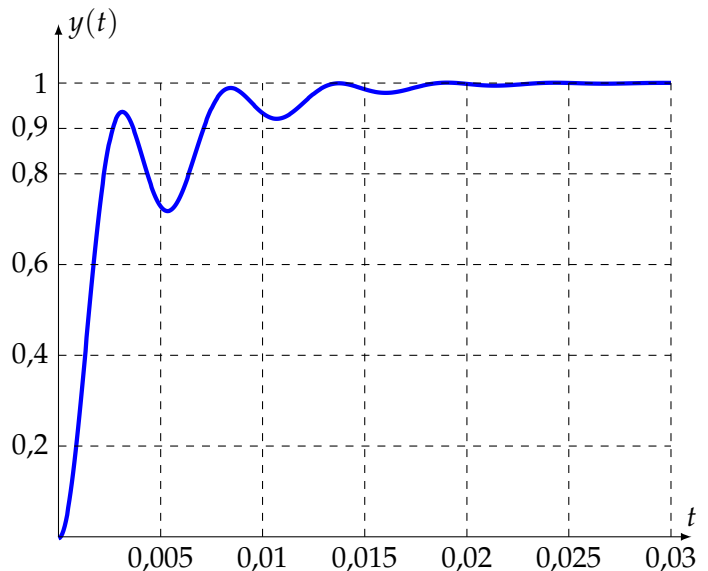


FIGURE 6.15 – Réponse temporelle

Exercice 3 - Servo-vérin de la fusée Ariane 5

Adapté du concours Centrale MP-2005

Corrigé page 26

Étude du servo-vérin

L'orientation des tuyères de la fusée Ariane 5 est réalisée par des vérins hydrauliques associés à servo-valves.

Pour cette étude le modèle simplifié de comportement utilisé pour un servo-vérin déplaçant une charge de masse est représenté sur la figure 6.16.

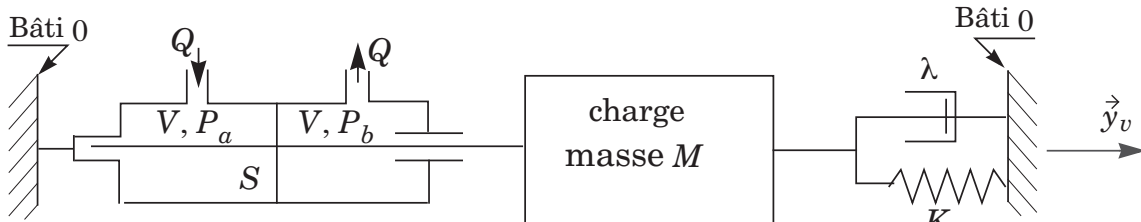


FIGURE 6.16 – Modèle d'un servo-vérin

Les caractéristiques du servo-vérin et du fluide utilisé sont : S la surface utile du vérin et B le module de compressibilité du fluide.

Soit $y(t)$ la variation de déplacement de la charge par rapport à la position d'équilibre obtenue en l'absence de pression. La variation $y(t)$ étant petite, on peut faire les hypothèses suivantes :

- les volumes des deux chambres du vérin sont identiques et égaux à V ,
- les débits entrant et sortant sont identiques et égaux à Q .

La charge de masse M est liée au bâti par un ressort de raideur K et un amortisseur de coefficient λ .

L'étude hydraulique du servo-vérin et notamment l'étude des débits de compressibilité et de déformation nous permet d'écrire :

$$Q = S \cdot \dot{y}(t) + \frac{V}{2 \cdot B} \cdot \dot{p}(t) \quad \text{avec} \quad p(t) = p_a(t) - p_b(t).$$

L'étude mécanique de la charge nous permet d'écrire :

$$M \cdot \ddot{y}(t) = p(t) \cdot S - K \cdot y(t) - \lambda \cdot \dot{y}(t) \quad [1]$$

Le débit est commandé par un servo-distributeur (association d'une servo-valve et d'un distributeur), non représenté ici et de fonction de transfert : K_s .

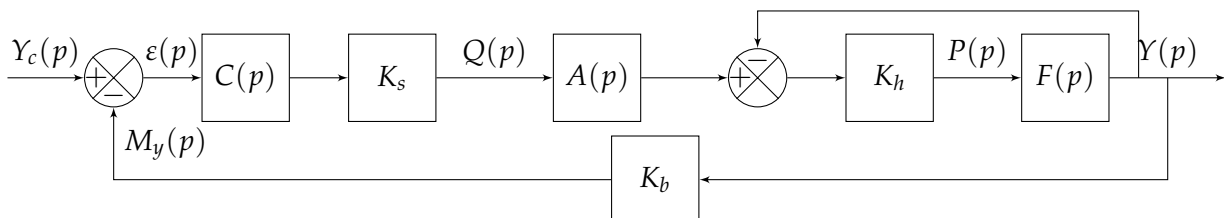


FIGURE 6.17 – Schéma-blocs du servo-vérin

La représentation sous forme de schéma-bloc du servo-vérin asservi en position est donnée sur la figure 6.17 avec $K_b = 1$. Dans ce schéma-bloc, $Y_c(p)$ est la transformée de Laplace de la consigne de position $y_c(t)$ du servo-vérin.

Q1. Préciser la démarche à utiliser pour obtenir l'équation [1] : système isolé, bilan des actions mécaniques en précisant leurs expressions, hypothèses simplificatrices formulées, théorème utilisé...

Q2. La première étude est menée avec $C(p) = 1$. Déterminer les fonctions de transfert $A(p)$, $F(p)$, et le gain K_h .

Q3. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée : $BF(p) = \frac{Y(p)}{Y_c(p)}$.

À la suite sont tracés différents diagrammes du servo-vérin asservi en position :

- Réponse indicielle (entrée unitaire) de la fonction de transfert en boucle fermée (figure 6.18).
- Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle fermée (figure 6.19).
- Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte (figure 6.20).

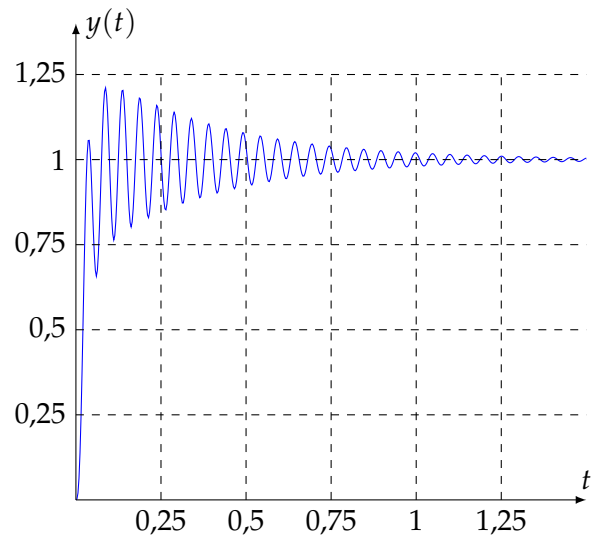


FIGURE 6.18 – Réponse temporelle pour $C(p) = 1$

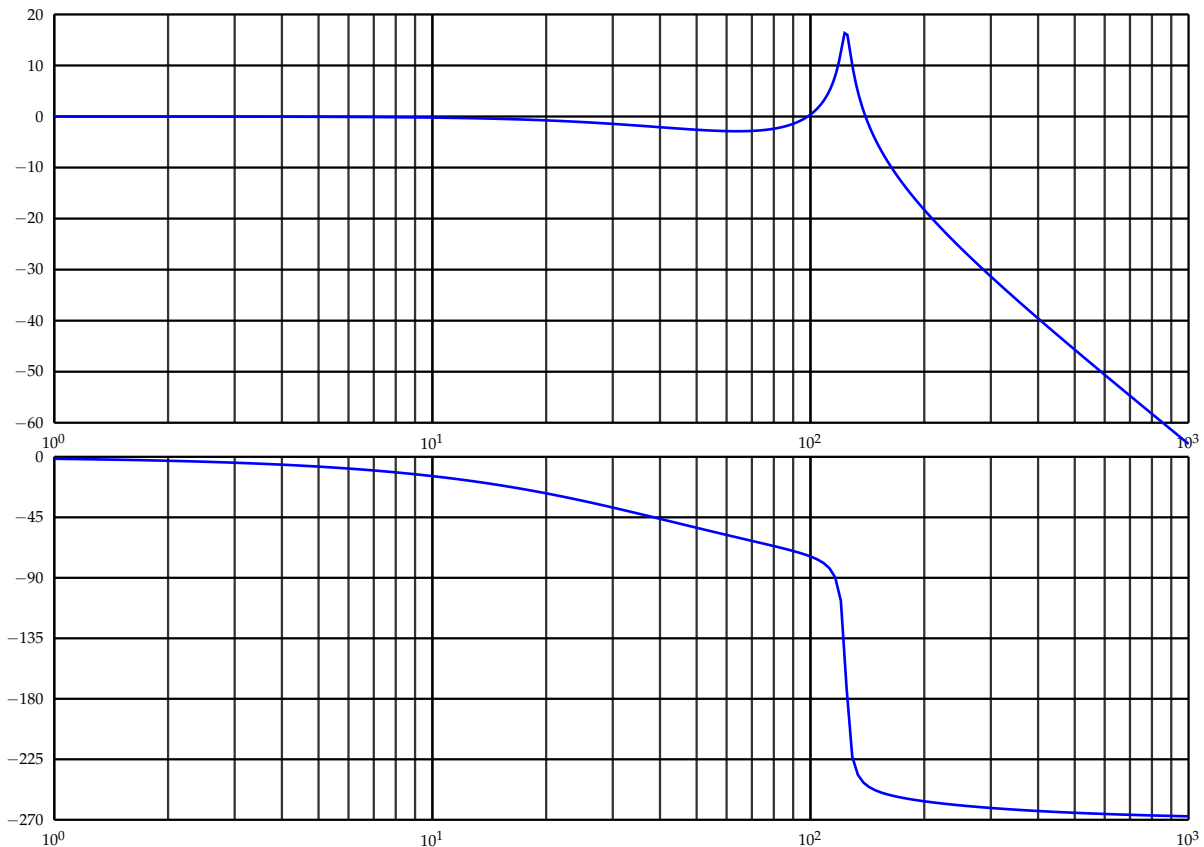


FIGURE 6.19 – Diagrammes de Bode de la FTBF pour $C(p) = 1$

Q4. Justifier que la fonction de transfert en boucle fermée peut être modélisée par :

$$BF(p) = \frac{K}{(1 + \tau_F \cdot p) \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot z_F}{\omega_{nF}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{nF}^2}\right)}$$

Préciser les valeurs de K , τ_F et ω_{nF} . Justifier vos réponses. Tracer les asymptotes de la FTBF sur la figure 6.19.

Le cahier des charges du servo-vérin définit certains critères :

- Écart nul en régime permanent en réponse à un échelon de position.
- Temps de réponse à 5% $\leq 0,15$ s.

— Marge de gain $MG \geq 6 \text{ dB}$, marge de phase $MP \geq 45^\circ$.

Q5. Vérifier si tous les critères ci-dessus sont respectés si $C(p) = 1$. Justifier vos réponses.

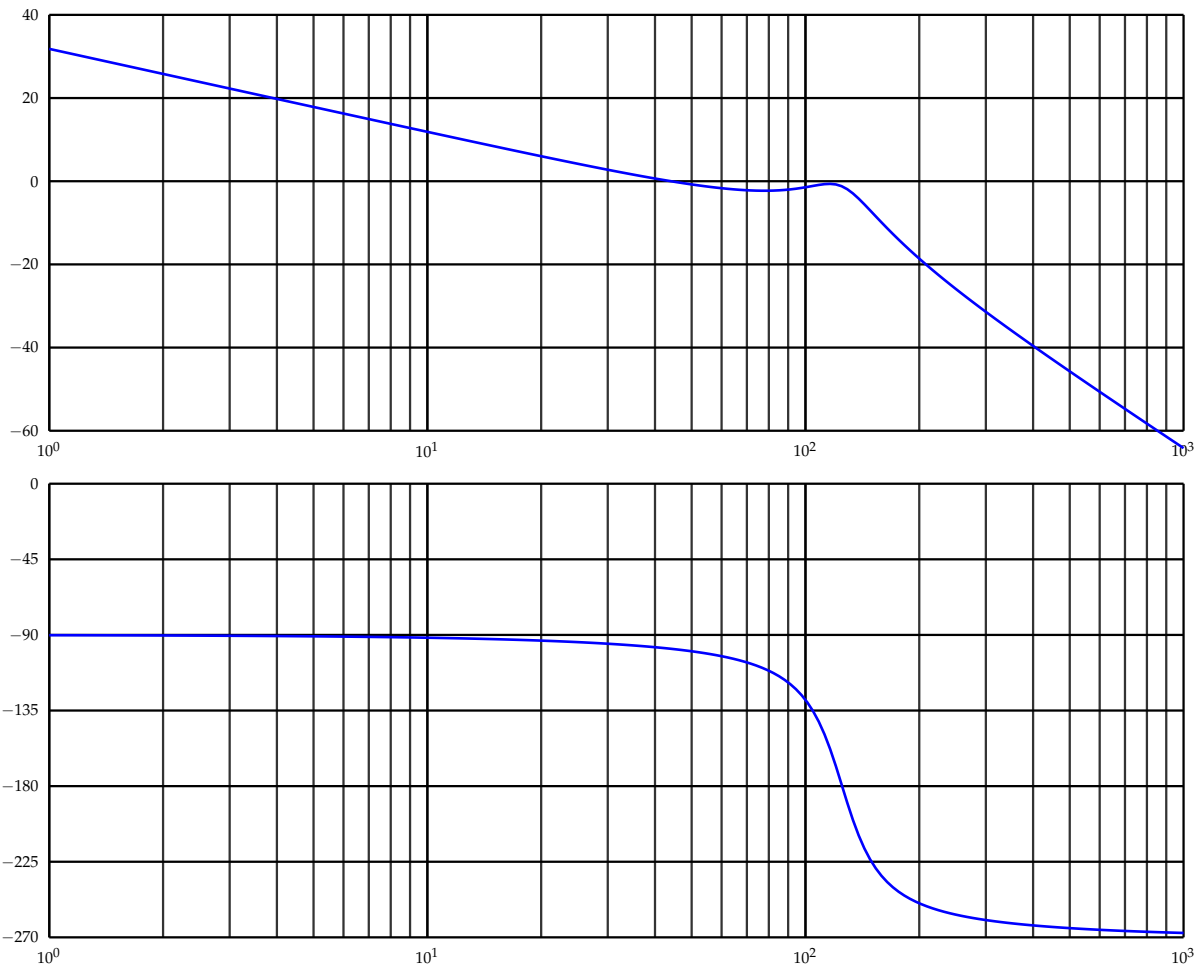


FIGURE 6.20 – Diagrammes de Bode de la FTBO

Le système est corrigé par un dispositif appelé filtre réjecteur. La pulsation propre du filtre réjecteur a été calée sur la pulsation de résonance du système non corrigé. La fonction de transfert du correcteur est :

$$C(p) = \frac{p^2 + 2 \cdot z_1 \cdot \omega_R \cdot p + \omega_R^2}{p^2 + 2 \cdot z_2 \cdot \omega_R \cdot p + \omega_R^2}$$

$$C(p) = \frac{p^2 + 25 \cdot p + 15625}{p^2 + 175 \cdot p + 15625}$$

Q6. Tracer l'allure des diagrammes de Bode du correcteur $C(p)$ sur le diagramme de Bode de la FTBO (figure 6.20), en précisant, les asymptotes et les points particuliers.

Q7. En déduire les diagrammes de Bode de la FTBO corrigée.

Deux diagrammes du système corrigé sont proposés :

— Réponse indicielle (entrée unitaire) de la fonction de transfert en boucle fermée du système corrigé (figure 6.21).

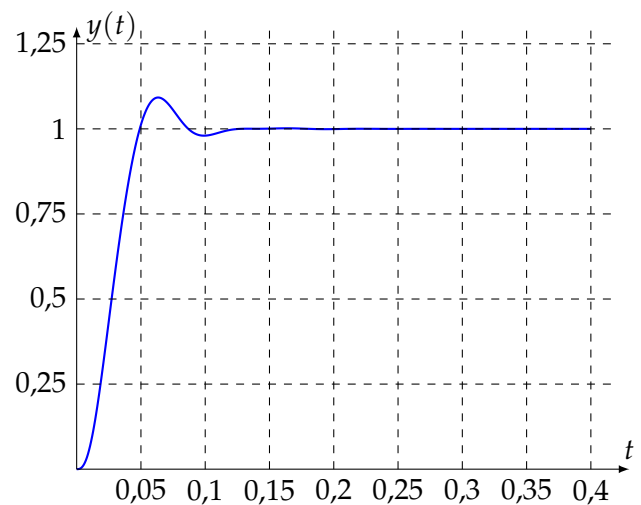


FIGURE 6.21 – Réponse temporelle du système corrigé

— Diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle fermée du système corrigé (figure 6.22).

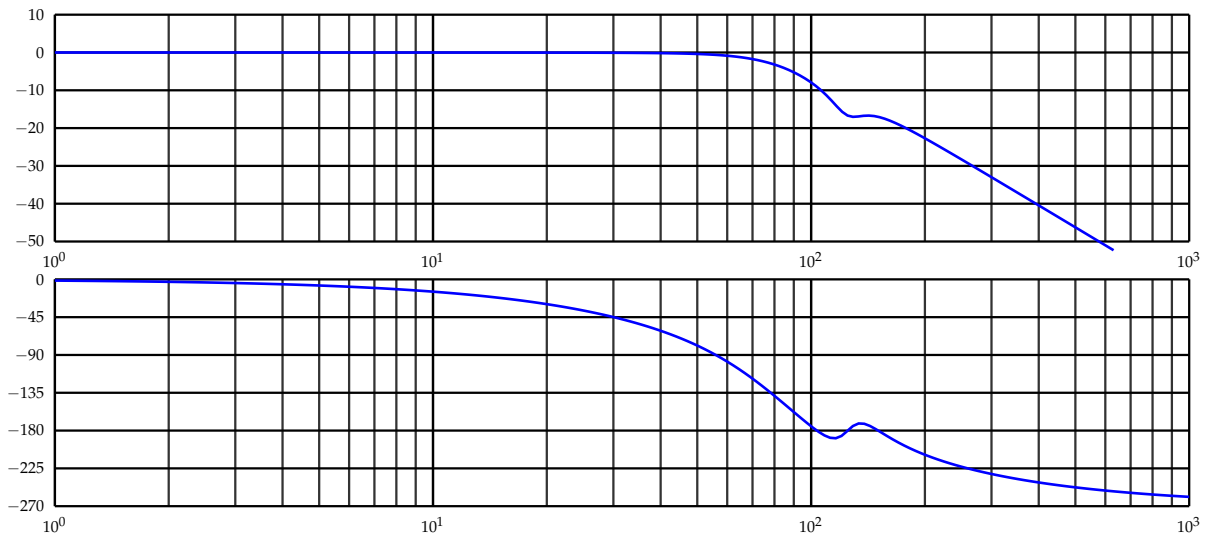


FIGURE 6.22 – Diagrammes de Bode de la FTBF

Q8. Conclure quant au respect des critères du cahier des charges définis à la question Q5. En fonction des diagrammes de Bode fournis de la fonction de transfert en boucle fermée et de celui obtenu à la question Q7, préciser l'apport de ce correcteur.