

A. Présentation générale

A.1. Contexte de l'étude

Pour répondre à une demande soutenue des consommateurs, les agriculteurs de la filière laitière doivent assurer un volume de production de lait constant tout au long de l'année, tout en garantissant une hygiène parfaite et un respect des réglementations sur l'environnement et le bon traitement des animaux. Afin d'atteindre cet objectif tout en améliorant leurs propres conditions de vie (réduction des travaux pénibles et répétitifs, développement de nouvelles activités économiques, etc.), une grande partie des producteurs laitiers s'est équipée de robots de traite automatique tels que le modèle Astronaut A3 de l'entreprise néerlandaise LELY, présenté figure 1. Deux exemplaires de ce modèle sont implantés dans le GAEC laitier Caverre, situé à Yvignac-La-Tour (Côtes d'Armor), dont le cheptel comprend 120 vaches Prim' Holstein, race bovine utilisée pour sa production de lait importante, régulière et de qualité.



FIGURE 1 – Le robot de traite LELY Astronaut A3 (d'après plaquette LELY) ; le box présenté figure 2 se trouve à l'arrière



FIGURE 2 – Vache en phase de traite et d'alimentation dans le box du robot de traite LELY Astronaut A3 (d'après plaquette LELY)

A.2. Principe, avantages et inconvénients de la traite automatique

L'implantation d'un système de traite automatique permet de laisser à la vache la liberté de choisir le moment de la traite. Lorsqu'une vache se présente dans le box du robot (voir figure 2), elle est identifiée puis le processus de traite débute et est géré de manière totalement automatique (traite, alimentation de l'animal et contrôle en continu de la qualité du lait).

A.3. Description d'une traite automatique

Les différentes figures du sujet présentent le système et les différents éléments de la description suivante (figure 1, 2, 5 et 10)

Le principe de la traite automatique est de laisser la vache libre de choisir le moment où elle souhaite être traite.

Toutes les vaches laitières du troupeau sont équipées d'un collier d'identification à infrarouge qu'elles portent autour du cou.

Lorsqu'elle le décide, la vache se présente devant la porte d'entrée du box de traite. Grâce à son collier, elle est identifiée (les informations sont gérées par un ordinateur superviseur). La porte d'entrée s'ouvre, laissant passer la vache (et elle seule), puis se referme. La vache est alors isolée dans le box de traite. Elle se dirige naturellement vers l'auge pour manger sa ration de granulés. Grâce aux informations d'identification, la nourriture est dosée.

- Cas 1 : si la vache a déjà été traite récemment et ne respecte pas le temps minimum entre 2 traites, aucun aliment ne sera distribué. Elle ne sera pas traite, la porte de sortie sera alors ouverte, laissant sortir l'animal et libérant le box de traite.
- Cas 2 : si la vache a respecté le temps entre 2 traites et qu'elle n'a pas eu sa dose journalière de granulés, l'auge sera alors remplie avec la dose adéquate de granulés.

Lorsque la vache est dans le box, elle est installée sur un tapis de pesée équipé de capteurs de pesage. Les informations de masse et de position du centre de gravité de l'animal sont transmises à l'ordinateur superviseur. Le bras du robot peut alors être positionné et effectuer la traite de la vache.

Connaissant le centre de gravité de la vache, le bras vient positionner le bras inférieur (avec la tête de traite) au plus près des trayons de la vache. Le système de nettoyage par brosses vient alors se positionner au niveau des trayons de la vache, nettoyant trayon par trayon et stimulant la lactation (venue du lait). Une fois cette tâche effectuée, le système se retire (système escamotable).

Ensuite, le système de triangulation laser permet de positionner les gobelets trayeurs un par un, toujours dans le même ordre : il détecte la position du premier trayon, puis positionne le premier gobelet trayeur, puis il détecte la position du second trayon et positionne le deuxième gobelet trayeur et idem pour les troisième et quatrième gobelets trayeur. Dès qu'un gobelet trayeur est « branché » sur le trayon, un système pulsateur s'enclenche et tire le lait qui est acheminé vers une chambre de réception (qui stockera tout le lait de cette vache, permettant ainsi de connaître la quantité de lait extrait lors de la traite, informant alors l'ordinateur).

Dès que tous les trayons sont branchés, le système de nettoyage (brosses) est nettoyé.

Lorsque le système pulsateur détecte une absence de lait dans un trayon, le gobelet trayeur est alors déconnecté (chaque gobelet trayeur est déconnecté de façon indépendante). Lorsque les 4 gobelets sont déconnectés, les trayons de la vache sont nettoyés (par aspersion d'eau).

Le bras se retire, les gobelets trayeurs sont nettoyés à la vapeur puis rincés à l'eau claire. Le lait qui était dans la chambre de réception est pesé s'il est « sain » puis acheminé vers le tank à lait par un lactoduc. S'il n'est pas « sain », il est acheminé directement vers les égouts. Dans tous les cas, la chambre est ensuite nettoyée de façon à ne pas contaminer le lait de la prochaine vache.

La traite est alors terminée. La porte de sortie s'ouvre, incitant la vache à quitter le box de traite.

A.4. Le robot de traite Lely Astronaut A3

— Analyse fonctionnelle partielle externe

L'environnement du robot de traite automatique Astronaut A3 est décrit par le diagramme de contexte suivant, proposé sous forme partielle figure 3 ainsi que le diagramme des exigences du point de vue de l'agriculteur figure 4. La figure 21 en annexe page 18 présente les exigences générales du robot de traite.

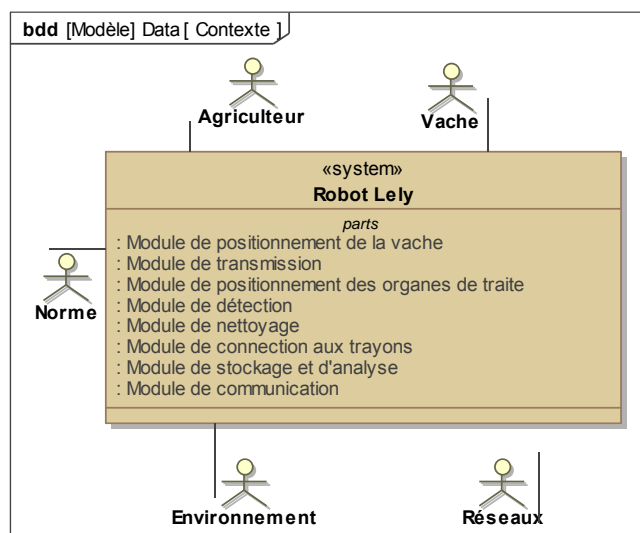


FIGURE 3 – Diagramme de contexte partiel du robot LELY Astronaut A3

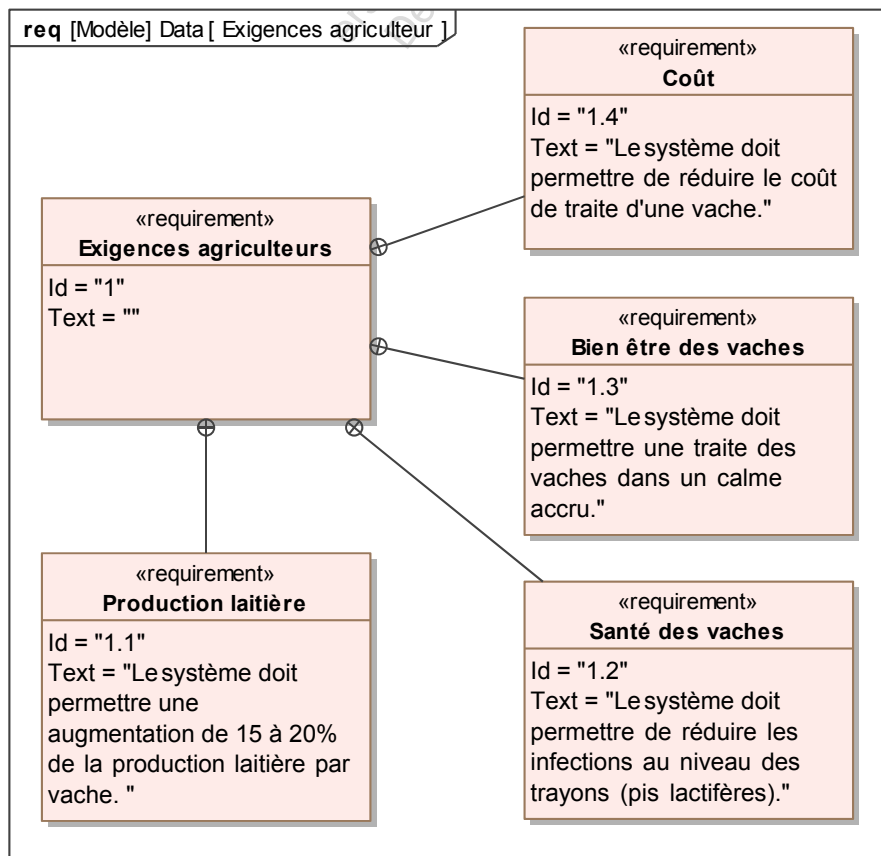


FIGURE 4 – Diagramme des exigences du point de vue de l'agriculteur

— Structure générale

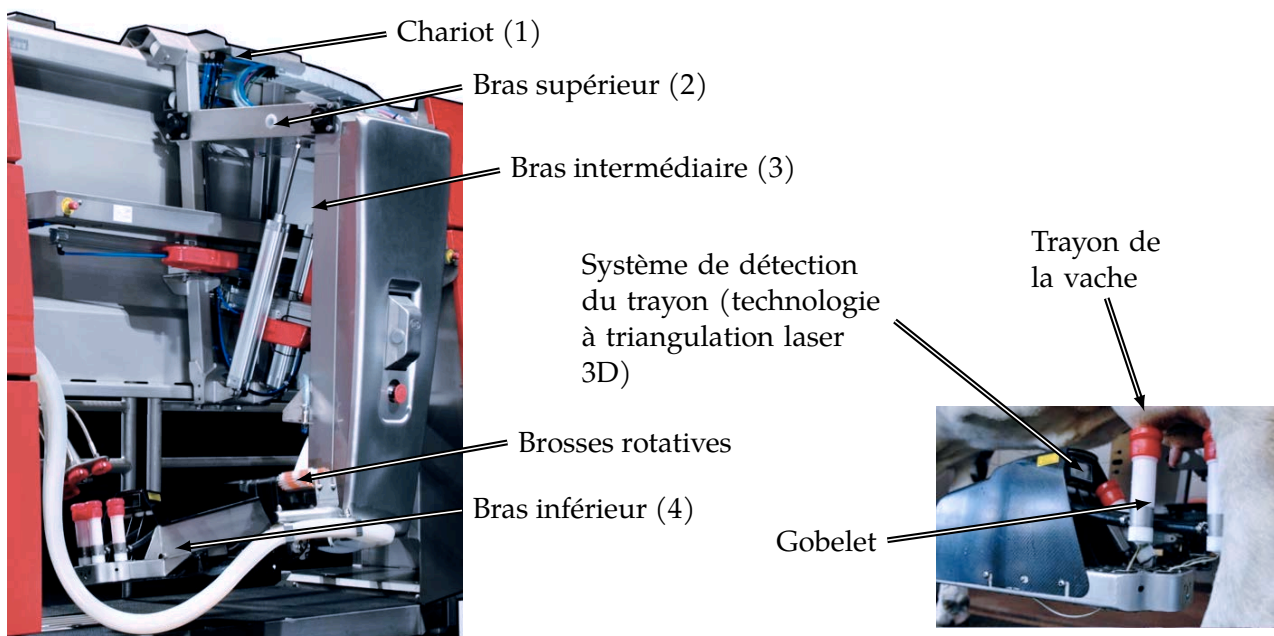


FIGURE 5 – Structure mécanique du système de positionnement de la tête de traite et zoom sur la tête de traite avec les gobelets connectés aux trayons (d'après plaquette LELY)

La partie du robot de traite Astronaut A3 dévolue à l'interaction avec la vache comprend principalement :

- un box où est installée la vache pendant la phase de traite (voir figure 2 ;

- et une structure de positionnement de la tête de traite (voir figure 5) particulièrement étudiée dans la suite.

La structure mécanique permettant le positionnement précis de la tête de traite par rapport à l'animal est un système à trois degrés de liberté comprenant (voir figure 5) un chariot (1), un bras supérieur (2) et un ensemble (34) en mouvements relatifs : l'ensemble (34) est composé du bras intermédiaire (3) et du bras inférieur (4) liés de manière complète.

Conformément à l'intitulé traditionnel en robotique, on appelle « axe » un mouvement piloté et asservi. La partie mécanique du système Astronaut A3 étudié comporte trois axes. Les exigences relatives à ces axes sont précisées sur la figure 6.

- axe 1 : le chariot (1) se déplace longitudinalement (direction \vec{x}_0) par rapport au bâti (0) ; un vérin pneumatique [V1] commande son déplacement et son maintien en position ;
- axe 2 : le bras supérieur (2) pivote autour d'un axe horizontal (rotation dans le plan de normale \vec{x}_0) par rapport au chariot (1) ; deux vérins pneumatiques [V21] et [V22] montés en parallèle et commandés simultanément par un unique distributeur commandent son pivotement et son maintien en position ;
- axe 3 : le bras intermédiaire (3), élément de l'ensemble (34), pivote autour d'un axe horizontal (rotation dans le plan de normale \vec{x}_0) par rapport au bras supérieur (2) ; un vérin [V3] commande son pivotement et son maintien en position.

Le bras inférieur (4), élément de l'ensemble (34), porte le système de branchement aux trayons, le système pulsateur, le système de nettoyage (brosses rotatives) ainsi que la tête de traite, constituée des gobelets et du système de détection des trayons par triangulation laser 3D (voir zoom sur la figure 5).

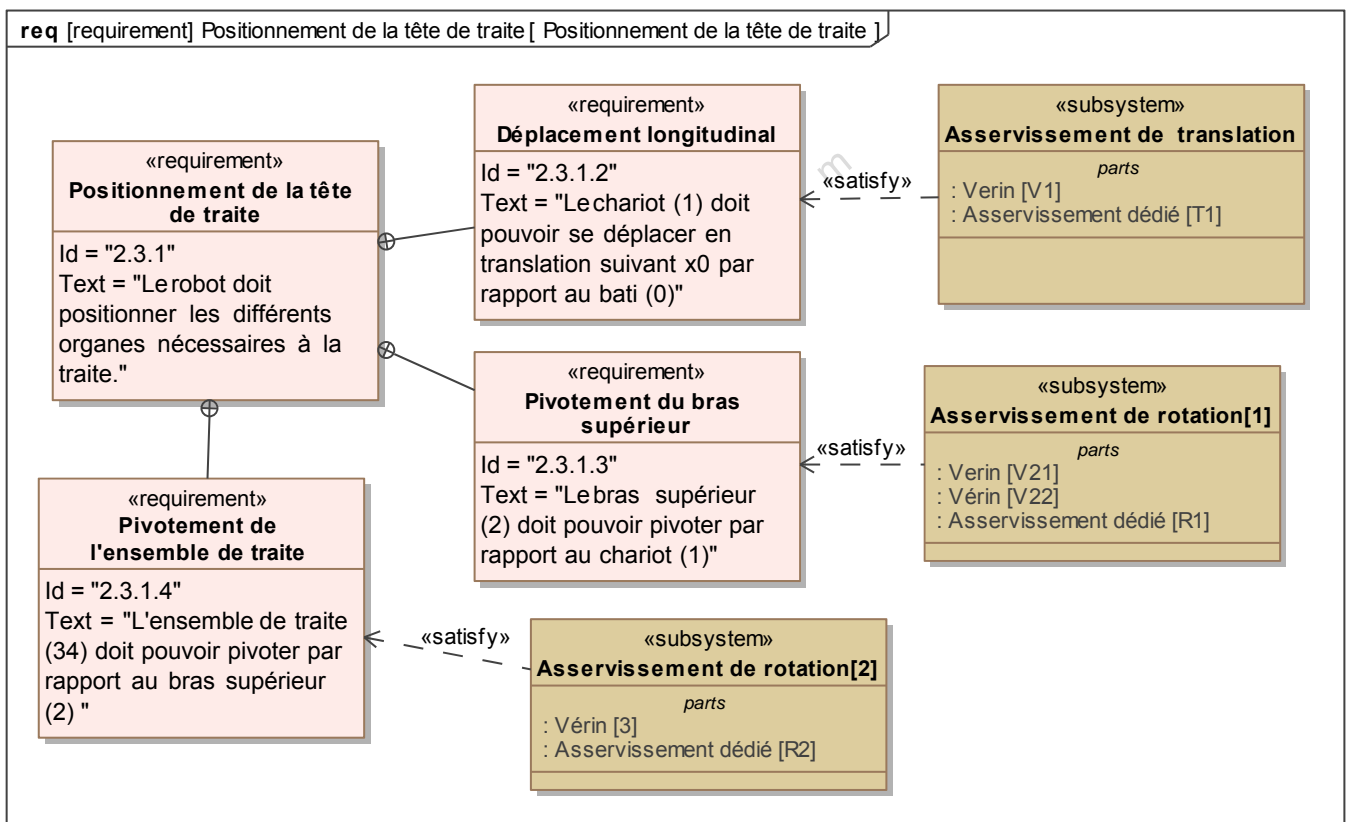


FIGURE 6 – Diagramme des exigences du système de positionnement de la tête de traite

L'interface entre l'utilisateur et le robot se présente sous la forme d'un écran tactile (système « X-link ») qui affiche toutes les commandes et informations nécessaires au fonctionnement et à l'entretien du robot.

B. Détermination de la position de la vache

Objectif

Le système doit être capable de déterminer la position de la vache, afin de positionner correctement la tête de traite. La connaissance de la position du centre de gravité de la vache permet une approche correcte de la tête de traite.

La figure 7 montre la vache sur le tapis de pesée, en train de manger, la tête de traite étant en position.

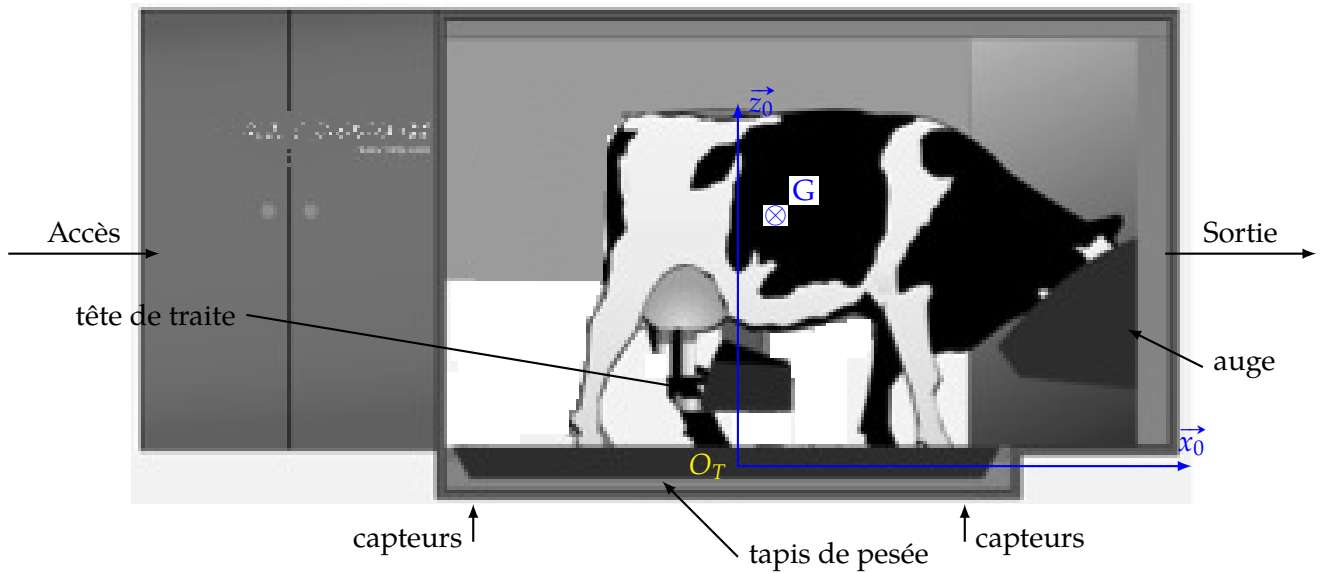


FIGURE 7 – Vache sur le tapis de pesée

Le tapis de pesée est constitué d'une structure rigide sur laquelle est posée un tapis anti-dérapant. Une grille d'évacuation permet d'évacuer les déjections et les eaux de nettoyage. Cette structure rigide est posée sur quatre capteurs d'effort permettant de déterminer la masse de la vache et la position du centre de gravité de celle-ci.

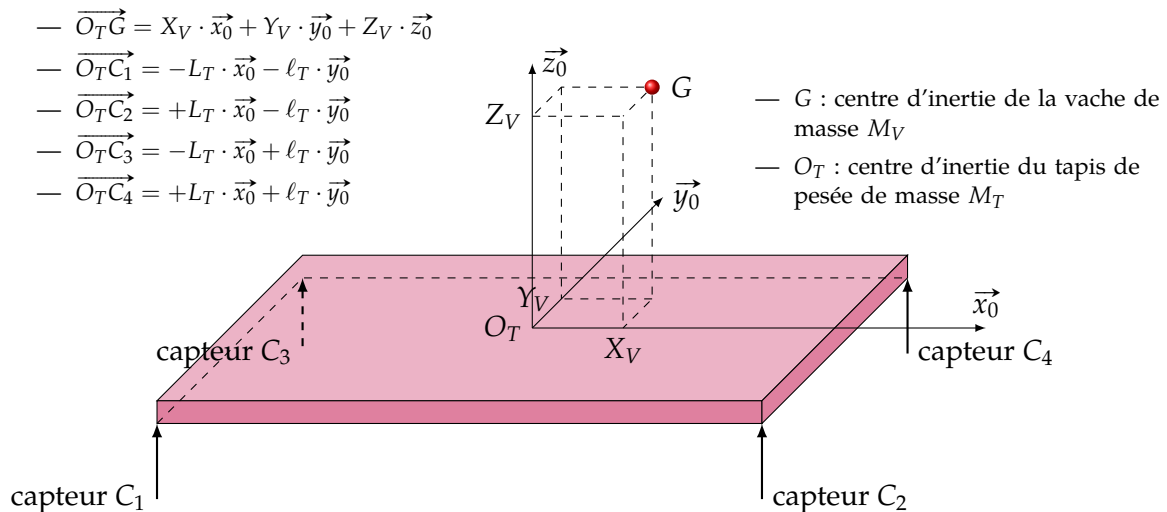


FIGURE 8 – Modélisation du tapis de pesée

Les capteurs sont placés au quatre coins du tapis en C_1 , C_2 , C_3 et C_4 (figure 8). On considère que l'action d'un capteur sur le tapis est modélisable par un glisseur, on note : $\vec{C}_i = C_i \cdot \vec{z}_0$ la résultante du torseur glisseur en C_i avec $i = \{1, 2, 3, 4\}$.

On considère aussi que le tapis est parfaitement centré par rapport aux capteurs et à vide, on a $\|\vec{C}_i\| = C_0$.

Q1. Quelle exigence permet de vérifier le tapis de pesée ?

Q2. Déterminer la position du centre d'inertie de la vache en fonction des C_i . Conclure.

C. Analyse et justification de la structure cinématique du robot de traite LELY Astronaut A3

Objectif

Justifier la structure cinématique adoptée pour le robot de traite afin que les vaches puissent être traitées sans être heurtées lors des phases d'approche puis de connexion de la tête de traite.

C.1. Décomposition de l'exigence id=« 2.3.1 »

La décomposition de l'exigence id=« 2.3.1 » « Positionnement de la tête de traite » (voir figure 6) fait apparaître trois sous-exigences.

C.2. Cahier des charges fonctionnel associé aux sous-exigences

Le cahier des charges dédié aux trois exigences : id=« 2.3.1.2 », id=« 2.3.1.3 » et id=« 2.3.1.4 » pour les trois axes est précisé sur la figure 9. Sur ce tableau, les notes (a), (b), (c) et (d) signifient respectivement :

- (a). le vérin [V2] correspond à un vérin virtuel équivalent à la mise en parallèle de deux vérins identiques [V 21] et [V 22] commandés simultanément (voir figure 10 page 7) ;
- (b). la phase « hors box » correspond aux déplacements hors de la zone où se trouve la vache ;
- (c). $s(t)$ est la valeur de sortie de l'asservissement des axes 1, 2 ou 3 ;
- (d). le critère de positionnement des axes 1, 2 ou 3 est défini sur une réponse indicielle par $\varepsilon_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} [e_0 - s(t)]$ où e_0 est l'amplitude de l'échelon de consigne.

id	Critères associés	Niveaux
id=« 2.3.1 »	Inclinaison de la tête de traite par rapport à l'horizontale en position de traite	$> 5^\circ$ pour permettre l'écoulement des fluides (lait, urine, produits de nettoyage, etc.)
	Distance parcourue par la tête de traite lors du contact avec le trayon avant de s'arrêter	< 2 cm dans toutes les directions à partir du contact (déformation maximale admissible du trayon)
id=« 2.3.1.2 » id=« 2.3.1.3 » id=« 2.3.1.4 »	Débattement linéaire assurés par les vérins assurant la mise en position de la tête de traite	2 m pour [V1] 1 m pour [V2] ^(a) et [V3]
	Vitesses maximales des vérins en déplacement hors box ^(b) ou en commande manuelle	$70 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ pour le vérin [V1] $50 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ pour les vérins [V2] et [V3]
	Vitesses maximales des vérins en phase de positionnement précis de la tête de traite	$6 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ pour le vérin [V1] $4 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ pour les vérins [V2] et [V3]
	Stabilité de l'asservissement des trois axes	Marges de phase $M\phi > 60^\circ$ Marge de gain $MG > 10$ dB
	Amortissement de l'asservissement des axes	Aucun dépassement transitoire permis
	Sensibilité des trois axes aux perturbations	Axes 1, 2 et 3 : $\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0$ ^(c)
	Précision de l'asservissement des trois axes	Axes 1, 2 et 3 : $\varepsilon_\infty = 0$ ^(d)
	Rapidité de l'asservissement des trois axes	Axe 1 : pulsation au gain à 0 dB, $\omega_u = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ Axes 2 et 3 : temps de réponse à 5 % < 1 s

FIGURE 9 – Cahier des charges partiel de la commande des axes 1, 2 et 3

C.3. Validation de la pertinence de la structure de positionnement de la tête de traite

— Analyse de la structure cinématique

La cinématique du robot de traite peut être observée sur les photographies des figures 5 et 10. Le schéma cinématique figure 22 en annexe page 19 modélise le robot complet.

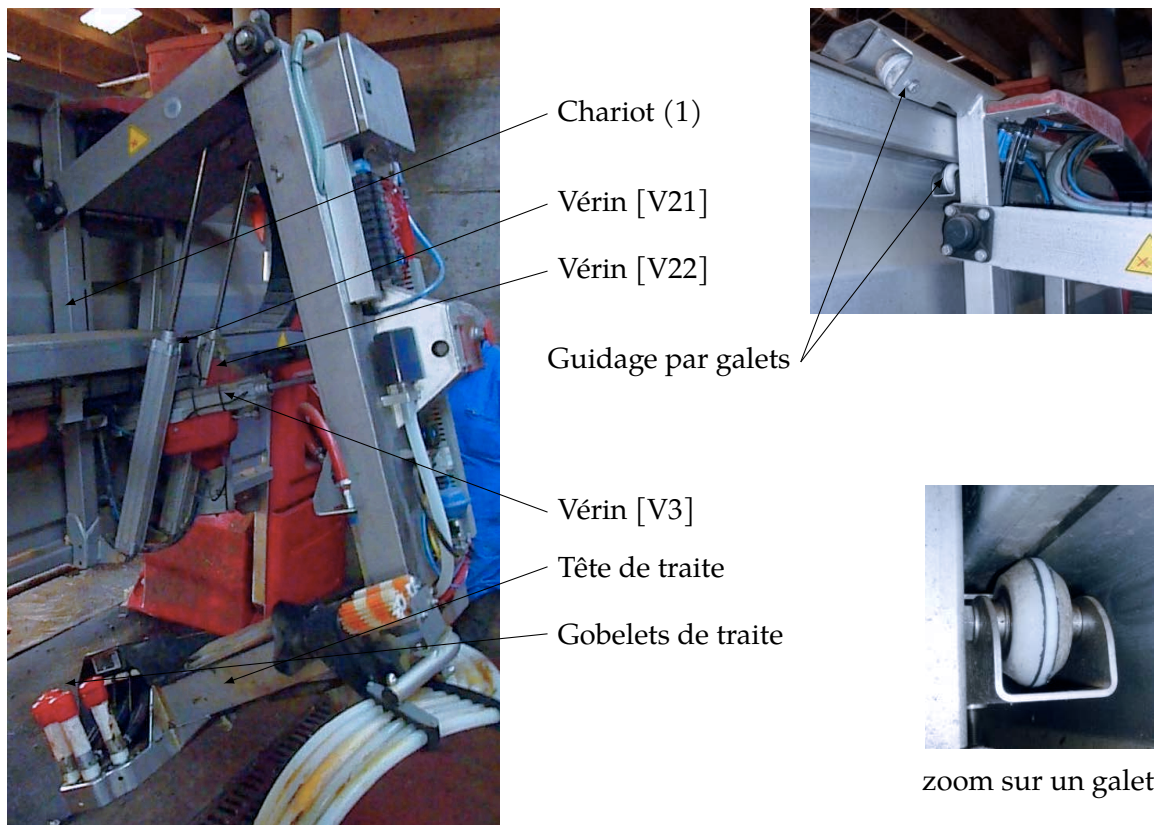


FIGURE 10 – Robot en position « vérins de bras complètement sortis »

Q3. À partir de la description de la structure et des différentes figures et photos, tracer le graphe de structure limité aux solides (0), (1), (2) et (34). Préciser sur ce schéma les mouvements et le torseur cinématique.

Q4. Tracer le schéma cinématique *minimal* en perspective de la structure mécanique retenue pour atteindre les trayons de la vache (ne pas représenter les actionneurs et utiliser plusieurs couleurs si possible).

Q5. Proposer une autre structure cinématiquement équivalente qui aurait permis de répondre également à la problématique « approcher la tête de traite des trayons de la vache ».

— Liaisons équivalentes

Le graphe des liaisons de la figure 11 décrit partiellement la structure cinématique (figure 22) du robot de traite.

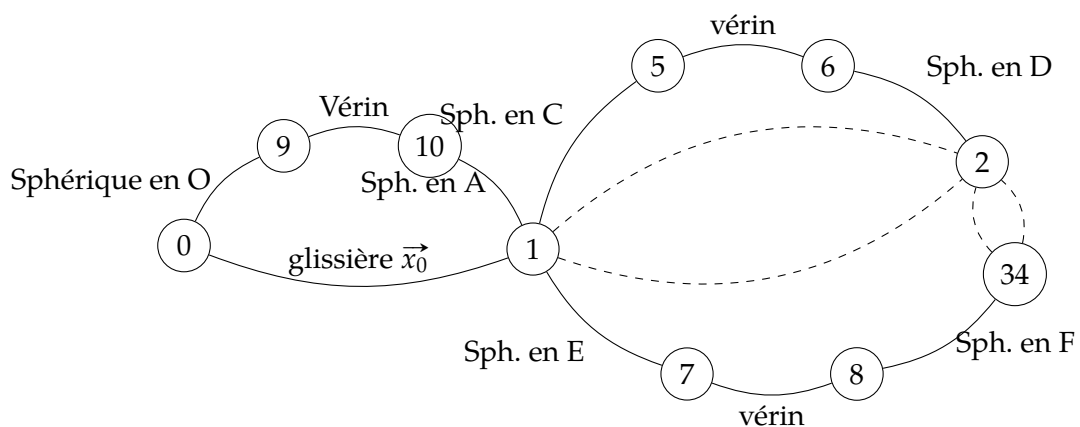


FIGURE 11 – Graphe de structure incomplet du robot Lely

- Q6. Donnez la désignation normalisée des deux liaisons entre (1) et (2), on notera A_1 et A_2 les deux centres des liaisons. Préciser le torseur cinématique.
- Q7. Déterminer la liaison équivalente entre les solides (1) et (2). Cette association de liaisons est-elle isostatique ?

— Validation cinématique du risque de blessure de l'animal

La vitesse d'approche de la tête de traite doit être limitée afin que, en cas de contact, l'animal ne soit pas blessé.

Des tests ont permis de vérifier que l'animal ne ressent pas de gêne si la vitesse de l'extrémité de la tête de traite entrant en contact avec le trayon reste inférieure à $10 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ tout en s'arrêtant dans la limite définie par le cahier des charges (2 cm). On cherche à déterminer la vitesse au moment du contact dans le cas où les deux actionneurs [V2] et [V3] évoluent à leur vitesse maximale de $50 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le positionnement angulaire des bras (2) et (34) se faisant dans le plan de normale \vec{x}_0 , on fait évoluer le schéma cinématique de la figure 22 en un schéma « de mouvement » limité aux déplacements dans le plan de normale \vec{x}_0 . Dans ce cas, les liaisons sphériques et pivots sont remplacées par des articulations et les liaisons pivots glissants par des glissières et on obtient alors le schéma donné figure 12.

Sur le document réponse DR-1 (figure 23) la structure de positionnement a été dessinée dans la position particulière où la tête de traite rentre dans la zone où il peut se produire un contact avec un trayon de vache.

La résolution graphique des problèmes de cinématique permet d'obtenir rapidement un ordre de grandeur relativement précis des vitesses d'un solide pour une position donnée, sans se lancer dans des calculs rapidement complexes. On se propose donc ici, de déterminer graphiquement la vitesse du point K $\vec{V}_{K \in 34/1}$, à l'instant du « contact » avec la vache.

La figure 23 du document réponse page 20 présente la résolution graphique incomplète permettant de déterminer la vitesse du point K : $\vec{V}_{K \in 34/1}$.

Ce schéma est construit à partir des deux vitesses $\vec{V}_{D \in 6/5}$ et $\vec{V}_{F \in 8/7}$ de rentrée de tige des vérins [V2] et [V3]. Pour les calculs, on considérera que ces deux vitesses sont représentées pour leur valeur maximale soit $50 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pour les questions suivantes Q8 et Q9, répondre uniquement sur la feuille réponse page 20.

Q8. Détermination graphique de $\vec{V}_{K \in 34/1}$, pour cela :

Q8a. Rappeler la relation vectorielle entre $\vec{V}_{D \in 2/1}$ et $\vec{\Omega}_{2/1}$, justifier alors le tracé de $\vec{V}_{D \in 2/1}$;

Q8b. Que peut-on dire du point A dans le mouvement de 2/1 en déduire $\vec{V}_{B \in 2/1}$?

Q8c. Que peut-on dire de $\vec{V}_{B \in 2/1}$ et $\vec{V}_{B \in 34/1}$?

Q8d. Justifiez le tracé de $\vec{V}_{F \in 2/1}$.

Q8e. Le tracé de $\vec{V}_{F \in 34/1}$ étant donné, justifiez que le point $I_{34/1}$ est le centre instantané de rotation (point de vitesse nulle dans le mouvement) du mouvement de (34) par rapport à (1).

Q8f. Déterminer alors $\vec{V}_{K \in 34/1}$, justifiez votre tracé.

Q9. Que peut-on dire de $\|\vec{V}_{K \in 34/1}\|$ vis à vis du cahier des charges ?

— Validation du modèle cinématique par mesure sur site

L'étude précédente a été réalisée sur un modèle cinématique plan du système à bras motorisés qui ne reflète probablement que partiellement la réalité : on propose donc de valider sa pertinence par une mesure sur site et une confrontation des résultats obtenus par la mesure et par l'étude sur le modèle.

Pour mesurer les évolutions réelles de la tête de traite, un téléphone muni d'un accéléromètre tridimensionnel (directions indiquées figure 13a) a été utilisé. Après validation des données mesurées

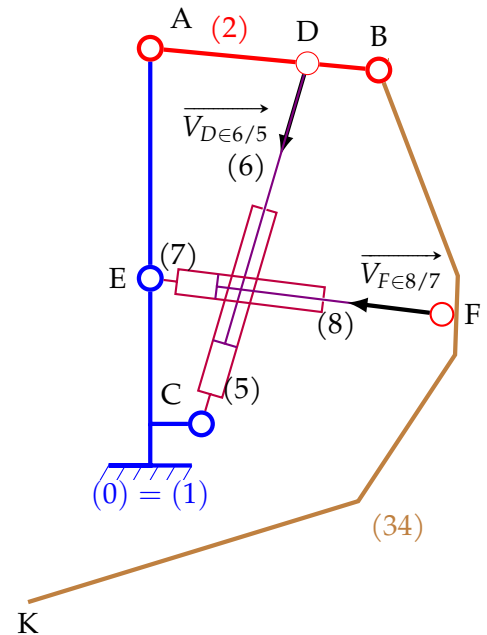
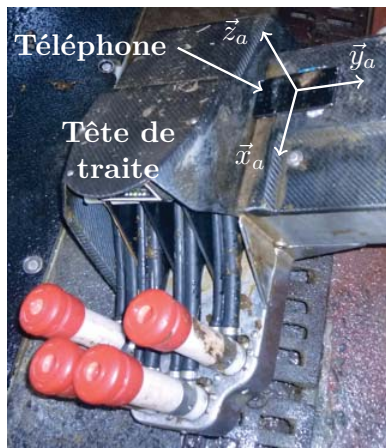


FIGURE 12 – Modèle cinématique plan

par l'accéléromètre, l'expérience a été réalisée sur un déplacement à vitesse constante et identique des deux vérins [V2] et [V3] de $50 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, en pilotage manuel soit dans les mêmes conditions que celles définies lors de l'étude de cinématique graphique.

L'accéléromètre du téléphone utilisé (modèle K3DH de STMicroelectronics) a une étendue de mesure selon les trois directions de $\pm 19,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, une résolution de $47,9 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, une fréquence de mesure de 50 Hz, une période d'échantillonnage de $t_e = 20 \text{ ms}$. On note T_{mes} , la durée de mesure $T_{mes} = 25 \text{ s}$.

Après import, les données mesurées par le téléphone sont disponibles sur l'ordinateur sous la forme d'un tableau numpy à cinq colonnes et $N + 1$ lignes composée des éléments $M[i, j]$, où i est le numéro de la ligne (commençant à 0) et j est le numéro de la colonne (ici j est compris entre 0 et 4) (voir figure 13b).



(a) Directions des mesures d'accéléra-tions

i	$t = i \cdot t_e$	a_x	a_y	a_z
	s	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
0	0	0	0	0
1	20×10^{-3}
2	40×10^{-3}
...
N	25

(b) Structure du fichier des données brutes obtenues par l'accéléromètre du téléphone (période $t_e = 20 \text{ ms}$)

FIGURE 13 – Mesure de l'accélération

Avant de déterminer les courbes de vitesse à partir de ces courbes d'accélération, il est nécessaire de traiter le fichier de points car la technologie MEMS (MicroElectroMechanical Systems) de l'accéléromètre utilisé est très sensible mais produit des mesures très bruitées.

Afin de ne garder que l'évolution efficace, on décide de filtrer les mesures par un premier ordre de gain unitaire et de constante de temps T_f .

Le filtrage du signal brut $M[i, j]$ (avec $j = 2, 3$ ou 4 pour les accélérations respectivement selon les directions \vec{x}_a, \vec{y}_a et \vec{z}_a) donne le signal filtré $F[i, j]$ où i est le numéro de la mesure (comprise entre 1 et N) faite à l'instant $t = i \cdot t_e$ avec t_e la période d'échantillonnage.

On suppose que, pour la première mesure, le signal filtré est égal au signal non filtré, soit $M[1, j] = F[1, j]$.

Q10. Si on note $m(t)$ l'image temporelle de la mesure et $f(t)$ l'image temporelle du signal filtré, écrire l'équation différentielle correspondant au filtre du signal reliant $m(t)$ et $f(t)$.

Q11. Montrer que la valeur du signal filtré $F[i, j]$ à l'instant $t_i = i \cdot t_e$ peut être approchée, si le pas de mesure t_e est suffisamment petit par rapport à l'évolution globale du système, par

$$F[i, j] \approx \frac{t_e \cdot M[i, j] + T_f \cdot F[i - 1, j]}{t_e + T_f}.$$

Q12. Écrire alors une fonction `signaux_filtres` en Python prenant comme argument le tableau numpy de valeurs non filtrées décrit par la figure 13b (5 colonnes et $N + 1$ lignes) et T_f la constante de temps du filtre et qui retourne un tableau de valeurs de même structure des signaux filtrés $F[i, j]$ en tenant compte de la période d'échantillonnage t_e .

Q13. Écrire alors une fonction `trace` en Python prenant comme argument les tableaux de valeurs filtrées et non filtrées et qui renvoie une figure unique avec la superposition des 6 graphes d'accélération en fonction du temps. Sur cette figure vous préciserez "Temps (s)" et "Accélération (m/s²)" respec-

tivement sur les axes des abscisses et des ordonnées.

La figure 14 regroupe les courbes d'accélération filtrées et non filtrées selon les trois axes de mesure de l'accéléromètre pour le déplacement de la tête depuis la position complètement sortie maintenue pendant 2 s (zone Z1) jusqu'à la position de traite maintenue pendant 4 s (zone Z2) puis retour à la position initiale maintenue pendant 4 s avant arrêt de la mesure (zone Z3, identique à la zone Z1).

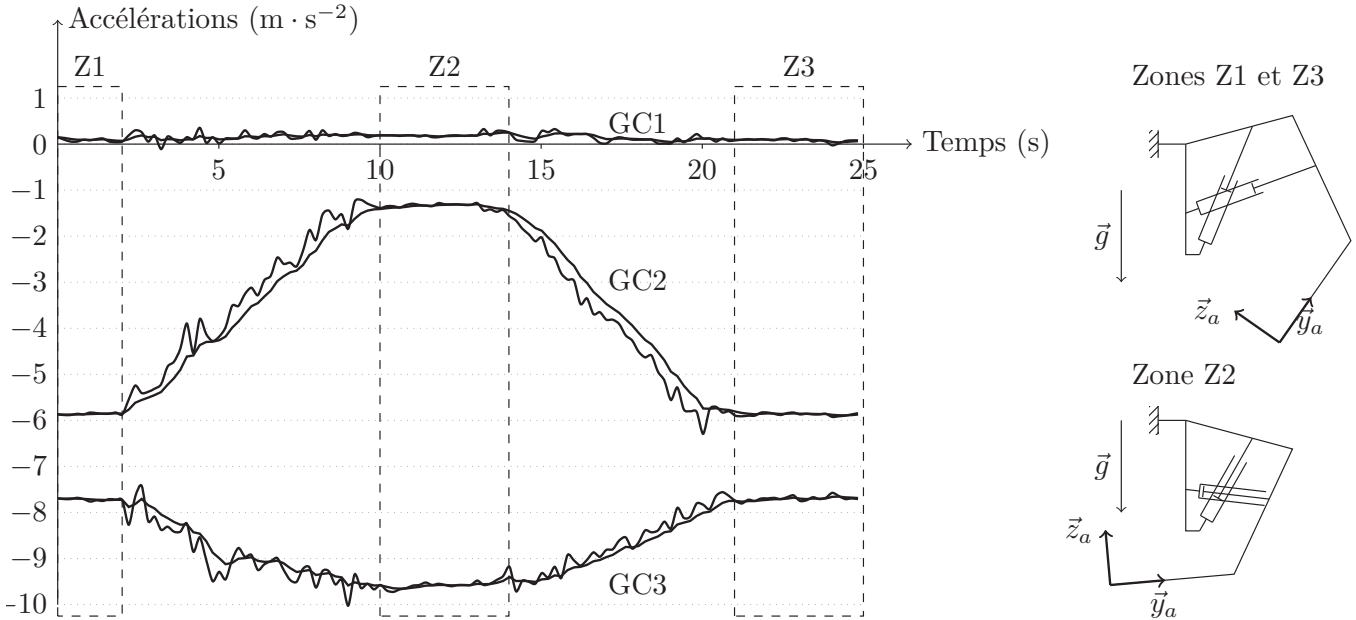


FIGURE 14 – Courbes d'accélération avant et après la procédure de filtrage numérique et positions des différents éléments de la structure cinématique dans les zones Z1, Z2 et Z3

Q14. Sachant que l'accéléromètre mesure à la fois l'accélération due au déplacement de la tête de traite et l'accélération de la pesanteur, indiquer à quelles directions (\vec{x}_a, \vec{y}_a ou \vec{z}_a) correspondent les groupes de courbes filtrée / non filtrée GC1, GC2 et GC3.

Q15. Déterminer, à partir des données de la figure 14, l'ordre de grandeur de l'angle d'inclinaison de la tête de traite défini par $i = (\vec{-g}, \vec{z}_a)$ dans les zones Z1, Z2 et Z3. Valider alors le critère d'inclinaison de l'exigence id=« 2.3.1 ».

Lors de la phase d'approche, un contact peut se produire entre la tête de traite et le trayon de la vache juste avant la zone Z2, soit entre les instants $t = 8$ s et $t = 10$ s de la figure 15 (avant ces instants, la tête se trouve en dehors du box). Pour faciliter l'étude, on propose figure 15 une modélisation simplifiée de l'évolution des composantes suivant les directions \vec{y}_a et \vec{z}_a de l'accélération réelle de la tête de traite (la partie due à la pesanteur a été enlevée). Une mesure avec le gyromètre intégré au téléphone (modèle K3G de STMicroelectronics) montre que, entre les instants $t = 8$ s et $t = 10$ s correspondant à la zone d'impact potentiel jusqu'à l'arrêt du système en position de traite, la vitesse de rotation du bras (34) dans le plan du déplacement est très faible (quelques dixièmes de degrés par seconde). Dans le calcul suivant, on néglige ce mouvement de rotation et on suppose donc que le bras (34) ne pivote pas par rapport au bâti dans la zone supposée d'impact et a donc un mouvement de translation.

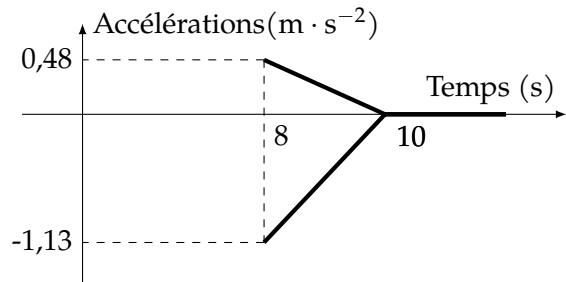


FIGURE 15 – Modèle simplifié des courbes d'accélération filtrées de la tête de traite entre les instants $t = 8$ s (instant d'impact potentiel) et $t = 10$ s (arrêt du système en position de traite)

Q16. Tracer l'allure des composantes de la vitesse de la tête de traite selon les directions \vec{y}_a et \vec{z}_a (on

rappelle que, à partir de l'instant $t = 10$ s, la tête de traite est immobile). Vérifier alors si le résultat de la mesure et celui obtenu par l'étude cinématique à la question Q8. sont compatibles.

C.4. Conclusion de cette partie

Cette partie a permis de mettre en évidence la nécessité d'un pilotage à vitesse faible des différents vérins lors de la phase d'approche de la tête de traite des trayons de la vache afin de ne pas blesser l'animal. La comparaison des résultats obtenus par la mesure et l'étude sur le modèle a aussi permis de montrer la pertinence du modèle cinématique proposé qui sera donc utilisé dans la suite du sujet. Par ailleurs, afin de positionner puis de maintenir en position précisément la tête de traite sous l'animal, il est nécessaire d'implanter une structure d'asservissement : c'est l'objet de l'étude proposée dans la partie suivante.

D. Lois de commande des axes pour le positionnement et le maintien en position de la tête de traite

Objectif

Synthétiser des lois de commande assurant l'asservissement et la régulation de la position de la tête de traite lors d'une traite et, ce quels que soient les mouvements de la vache et les interactions entre la vache et le robot de traite Astronaut A3.

D.1. Présentation de l'étude

L'étude des performances du robot de traite Astronaut A3 impose l'élaboration d'un modèle de connaissance afin de décrire son comportement. Ce modèle prend en compte le comportement dynamique du robot (à l'aide d'équations différentielles modélisant les différents mouvements du système de traite) et les relations liant les tensions d'alimentation des servo-distributeurs et les déplacements des tiges des vérins.

D.2. Paramétrage de l'étude proposée

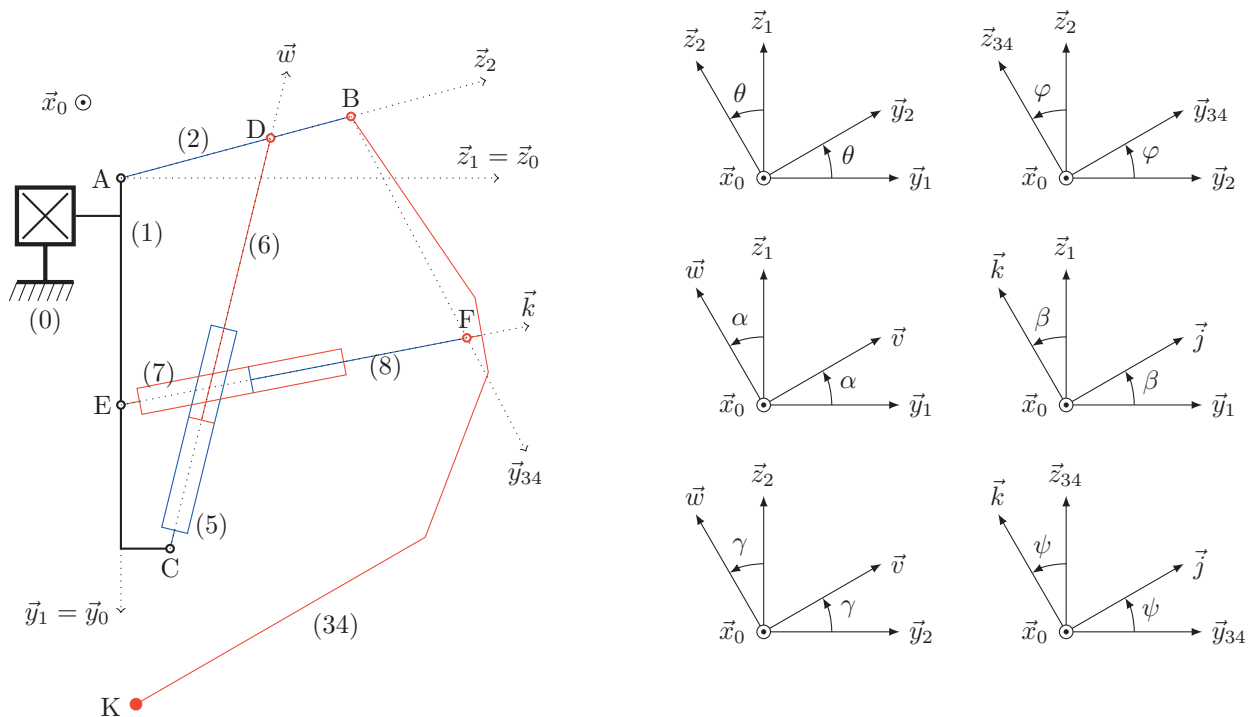


FIGURE 16 – Modèle simplifié adopté pour l'étude, sous l'action combinée du vérin équivalent [V2], composé du corps (5) et de la tige (6), et du vérin [V3], composé du corps (7) et de la tige (8)

Les différentes données pour l'étude (schéma cinématique, données géométriques, cinétiques et d'efforts extérieurs) sont fournies sur les figures 17, 18, 22 et 16.

Solide	Paramétrage géométrique	Paramétrage cinétique
Bâti (0)	Repère $R_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	
Chariot (1)	Repère $R_1 (A, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ $\vec{AE} = h \cdot \vec{y}_1,$ $\vec{AC} = b \cdot \vec{y}_1 + c \cdot \vec{z}_1$ $\vec{AG}_1 = x_{G1} \cdot \vec{x}_1 + y_{G1} \cdot \vec{y}_1$	Centre de gravité G_1 . Masse m_1 .
Bras supérieur (2)	Repère $R_2 (A, \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ $\vec{AB} = L_2 \cdot \vec{z}_2, \vec{AG}_2 = d_2 \cdot \vec{z}_2,$ $\vec{AD} = \ell_2 \cdot \vec{z}_2$	Centre de gravité G_2 . Masse m_2 . Moment d'inertie par rapport à l'axe (G_2, \vec{x}_0) : J_2 .
Ensemble (34)	Repère $R_{34} (B, \vec{x}_0, \vec{y}_{34}, \vec{z}_{34})$ $\vec{BF} = L_3 \cdot \vec{y}_{34},$ $\vec{BK} = L_4 \cdot \vec{y}_{34} - \ell_{34} \cdot \vec{z}_{34},$ $\vec{BG}_{34} = d \cdot \vec{y}_{34} - e \cdot \vec{z}_{34}$	Centre de gravité G_{34} . Masse m_{34} . Moment d'inertie par rapport à l'axe (G_{34}, \vec{x}_0) : J_{34} .
[V1] = (9) \cup (10)	$R_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	Masses et inerties des corps et des tiges des trois vérins supposées négligeables.
[V2] = (5) \cup (6)	$R_5 (C, \vec{x}_0, \vec{v}, \vec{w})$	
[V3] = (7) \cup (8)	$R_7 (E, \vec{x}_0, \vec{j}, \vec{k})$	

FIGURE 17 – Paramétrage géométrique et cinétique des solides

La perturbation la plus courante pour le système est un coup de patte de la vache sur la tête de traite, protégée en conséquence par une structure en fibre de carbone : la zone de contact étant réduite, on modélise cette action par un glisseur au point K de résultante $\vec{F}_{vache \rightarrow 34} = F_x(t) \cdot \vec{x}_0 + F_y(t) \cdot \vec{y}_0 + F_z(t) \cdot \vec{z}_0$.

Par ailleurs, on note que $B_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) = B_1 (\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ grâce au guidage en translation de direction \vec{x}_0 du chariot (1) par rapport au bâti (0). L'accélération de la pesanteur est notée $\vec{g} = g \cdot \vec{y}_0$.

Q17. En indiquant les ensembles isolés et les théorèmes utilisés et en précisant vos hypothèses, justifier qu'il est cohérent d'écrire les actions du vérin [V1] sur le chariot (1), du vérin [V2] sur le bras supérieur (2) et du vérin [V3] sur l'ensemble (34) sous les formes des trois glisseurs suivants :

- un glisseur en A de résultante $\vec{R}_{10 \rightarrow 1} = F_{V1 \rightarrow 1} \vec{x}_0$ pour l'action du vérin [V1] sur le chariot (1) ;
- un glisseur en D de résultante $\vec{R}_{6 \rightarrow 2} = F_{V2 \rightarrow 2} \vec{w}$ pour l'action du vérin [V2] sur le bras (2) ;
- et un glisseur en F de résultante $\vec{R}_{8 \rightarrow 34} = F_{V3 \rightarrow 3} \vec{k}$ pour l'action du vérin [V3] sur l'ensemble (34).

Modèle adopté	Paramétrage	Frottement visqueux complémentaire
$L_{1/0}$: glissière (direction \vec{x}_0)	$\vec{OA} = x(t) \cdot \vec{x}_0$	$(f_{10} \text{ en } \text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$
$L_{2/1}$: articulation (centre A)	$\theta(t) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$	$C_{1 \rightarrow 2}^v = -b_{21} \cdot \dot{\theta}(t)$ $(b_{21} \text{ en } \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$
$L_{34/2}$: articulation (centre B)	$\varphi(t) = (\vec{y}_2, \vec{y}_{34}) = (\vec{z}_2, \vec{z}_{34})$	$C_{2 \rightarrow 34}^v = -b_{32} \cdot \dot{\varphi}(t)$ $(b_{32} \text{ en } \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$
$L_{5/1}$: articulation (centre C)	$\alpha(t) = (\vec{y}_1, \vec{v}) = (\vec{z}_1, \vec{w})$	
$L_{7/1}$: articulation (centre E)	$\beta(t) = (\vec{y}_1, \vec{j}) = (\vec{z}_1, \vec{k})$	
$L_{6/2}$: articulation (centre D)	$\gamma(t) = (\vec{y}_2, \vec{v}) = (\vec{z}_2, \vec{w})$	
$L_{8/34}$: articulation (centre F)	$\psi(t) = (\vec{y}_{34}, \vec{j}) = (\vec{z}_{34}, \vec{k})$	
$L_{5/6}$: glissière (direction \vec{w})	$\vec{CD} = z_2(t) \cdot \vec{w}$	
$L_{8/7}$: glissière (direction \vec{k})	$\vec{EF} = z_3(t) \cdot \vec{k}$	

FIGURE 18 – Caractéristiques des liaisons du modèle adopté avec et sans perte par frottement visqueux

D.3. Mise en place de la stratégie d'étude du modèle proposé

On vous propose pour déterminer les actions des vérins [V1] et [V3] la stratégie suivante :

Détermination de $F_{V1 \rightarrow 1}$

- On isole $\Sigma = \{1, 2, 34\}$.
- On écrit le théorème de la résultante dynamique en projection sur \vec{x}_0 .

Détermination de $F_{V3 \rightarrow 34}$

- On isole le solide $\{34\}$.
- On écrit le théorème du moment dynamique en B en projection sur l'axe de rotation (B, \vec{x}_0) .

Q18. Justifier cette stratégie, pour cela, vous préciserez les actions mécaniques et justifierez le choix du théorème et de la projection.

Q19. En se limitant exclusivement à l'utilisation des théorèmes généraux de la dynamique, proposer alors une méthode pour déterminer l'action du vérin [V2] si on suppose connue l'action du vérin [V3].

D.4. Étude de l'exigence id=« 2.3.1.2 » - Déplacement longitudinal

— Construction d'un modèle de connaissance de la commande de l'axe 1

Introduction

Les vérins implantés sur le robot de traite Astronaut A3 sont dotés d'un système électropneumatique destiné à l'asservissement et à la régulation de la position de sa tige. L'obtention d'un modèle liant la tension d'alimentation du servo-distributeur à la position du chariot (1) nécessite la modélisation du comportement de cette chaîne électropneumatique constituée d'une alimentation en air comprimé, de deux servo-distributeurs alimentant chacune des deux chambres d'un vérin pneumatique et de différents capteurs.

Le modèle associé au système électropneumatique nécessite de modéliser le comportement thermodynamique de chacune des chambres pneumatiques de volume variable ainsi que le comportement électromécanique du servo-distributeur. Ce modèle est non linéaire du fait de comportements complexes tels que la relation entre le débit massique et la pression dans la chambre. Afin de pouvoir synthétiser les lois de commande, il doit être linéarisé au voisinage du point de fonctionnement. Ce modèle linéarisé est fourni figure 19, dans ce schéma-bloc, les différentes entrées et sorties sont les suivantes :

- $U_1(p) = L[u_1(t)]$ la transformée de Laplace de $u_1(t)$ est la tension de pilotage du distributeur alimentant le vérin (en V) ;
- $X(p) = L[x(t)]$ est le déplacement de la tige du vérin [V 1] (en m) ;
- $F_x(p) = L[F_x(t)]$ est la composante selon $Vx[0]$ de l'action mécanique de l'animal sur la tête de traite (en N) ; Pour information, les grandeurs qui apparaissent dans la zone T sont les suivantes :
- $\Delta P_V(p)$ est la différence de pression entre les deux chambres (en Pa) du vérin de section S (en m^2) ;
- V_0 , P_0 et T_0 sont respectivement les valeurs à l'équilibre du volume (en m^3), de la pression (en Pa) et de la température (en K) de l'air à l'intérieur du vérin, assimilé à un gaz parfait avec k le coefficient polytropique (sans unité) de l'évolution thermodynamique et r la constante thermodynamique (en $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$) ;
- G_u et C_p sont les coefficients de sensibilité du débit par rapport à la tension de commande (en $m^3/s/V$) par rapport à la variation de pression (en $m^3/s/Pa$).

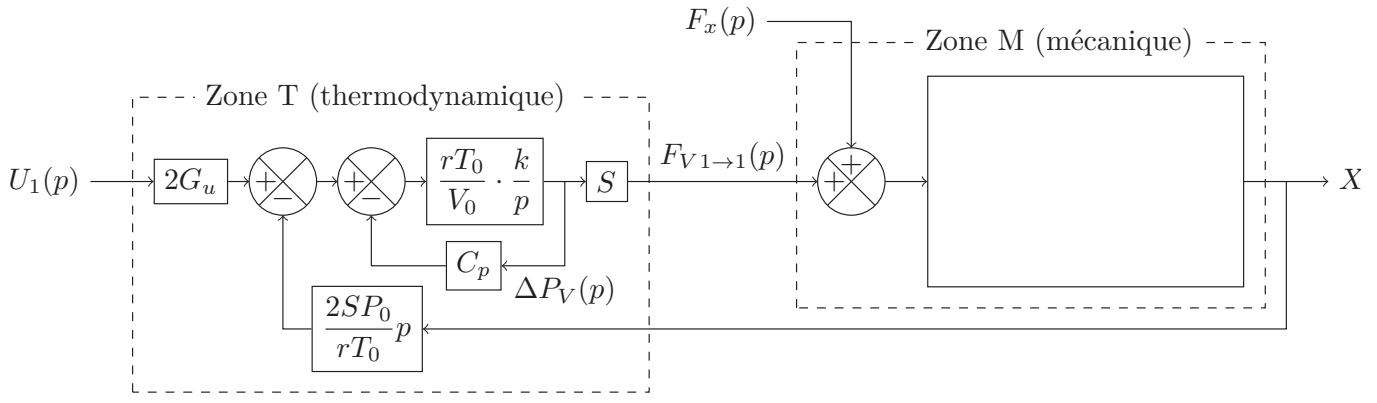


FIGURE 19 – Schéma-bloc associé à l’axe 1 du robot de traite (déplacement longitudinal de l’ensemble de positionnement de la tête de traite par rapport au bâti)

— Détermination de la loi de comportement dynamique de l’axe 1

Q20. En appliquant la démarche proposée dans la question Q18, montrer que l’évolution de la variable $x(t)$ suit l’équation différentielle $M_{1Eq} \cdot \ddot{x}(t) + f_{1Eq} \cdot \dot{x}(t) = F_{V1 \rightarrow 1}(t) + F_x(t)$, les termes M_{1Eq} et f_{1Eq} devant être exprimés en fonction de données fournies dans les figures 17 et 18.

Q21. Reproduire sur votre feuille la zone M de la figure 19 et compléter cette zone, si on suppose les conditions initiales nulles, en fonction de M_{1Eq} , f_{1Eq} et p (variable symbolique de Laplace). Cette structure de commande correspond-elle à un système asservi (justifier précisément la réponse apportée) ?

Afin d’assurer un positionnement correct de la tête de traite, le déplacement du chariot (1) est mesuré en continu et, après comparaison avec la consigne de déplacement, une carte de commande génère le pilotage du vérin [V1]. La structure équivalente à retour unitaire est proposée sur la figure 20 : dans cette figure, la zone entourée en pointillé correspond à la figure 19 (mêmes entrées $U_1(p)$ et $F_x(p)$ et même sortie $X(p)$) avec, pour information,

$$K_u = \frac{2 \cdot S \cdot G_u}{C_p}, A = \frac{M_{1Eq} \cdot V_0}{k_r \cdot T_0 \cdot C_p}, B = M_{1Eq} + \frac{f_{1Eq} \cdot V_0}{k_r \cdot T_0 \cdot C_p}, C = f_{1Eq} + \frac{2 \cdot S^2 \cdot P_0}{r \cdot T_0 \cdot C_p} \text{ et } D = \frac{V_0}{k_r \cdot T_0 \cdot C_p}.$$

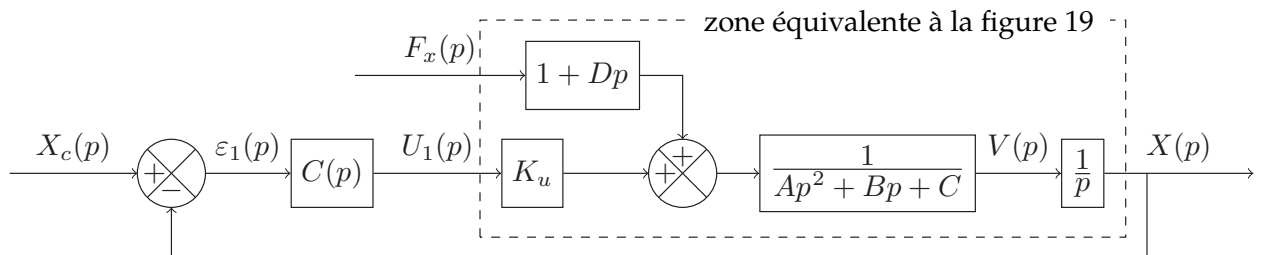


FIGURE 20 – Structure de l’asservissement en position de l’axe 1 (déplacement longitudinal)

— Synthèse de lois de commande dédiées à l’asservissement et à la régulation de la position de l’axe 1 (déplacement longitudinal de l’ensemble de traite)

Présentation de la problématique

Lors d’une traite, la vache dispose, du fait de la structure du box, d’une certaine liberté de mouvement selon la direction longitudinale du box, ce qui induit une variation de la position des trayons de la vache. Il est donc nécessaire d’adapter en continu la position de la tête de traite, d’autant que son positionnement sous la vache l’expose occasionnellement à des coups de patte générant des modifications de la position. On utilise la structure de la figure 20 et on cherche à optimiser la structure du correcteur $C(p)$.

Synthèse d’un correcteur à action proportionnelle : $C(p) = K_1$

On étudie tout d'abord le système en régulation : la consigne de déplacement x_C est donc maintenue à la valeur nulle ($x_C = 0$) et on va étudier la capacité du système à résister à une perturbation extérieure.

Q22. À partir du schéma-bloc proposé sur la figure 20, exprimer la fonction de sensibilité vis-à-vis de la perturbation, définie par $H_p(p) = \frac{X(p)}{F_x(p)}$ en fonction de A, B, C, D, K_u et K_1 (rappel : $X_C(p) = 0$).

Lors de la traite, une des interactions envisagée entre la vache et le robot est l'application d'un coup de patte sur la tête de traite. On propose deux modélisations correspondant à deux cas rencontrés sur le système :

- un coup de patte violent, ressenti par le système comme un choc intense (quelques kN) mais d'une durée extrêmement faible (quelques ms) et modélisé par une impulsion de Dirac de surface A_0 (en $N \cdot s$) : $F_x(t) = A_0 \cdot \delta(t)$;
- un appui continu par déplacement de l'animal, ressenti par le système comme un effort maintenu dans le temps et modélisé par un échelon d'amplitude F_0 (en N) : $F_x(t) = A_0 \cdot \mathcal{H}(t)$ avec $\mathcal{H}(t)$ fonction de Heaviside.

On suppose que le réglage du gain K_1 du correcteur maintient la stabilité du système.

Q23. Un correcteur à action proportionnelle de gain K_1 permet-il de respecter le critère de sensibilité du cahier des charges (figure 9) si on considère successivement ces deux modélisations ? Proposer une action correctrice permettant d'annuler ce défaut de positionnement. Quelle performance risque alors d'être dégradée ?

On étudie maintenant le système en poursuite : la perturbation F_x est donc maintenue à la valeur nulle et on va étudier la capacité du système à suivre la consigne. Les figures 24a et 24b du document réponse DR-2 proposent les tracés de la réponse fréquentielle de la boucle ouverte de cet asservissement et de l'évolution de la position $x(t)$ du chariot (1) pour un échelon de position de 10 cm pour une correction unitaire ($C(p) = K_1 = 1$).

Q24. Déterminer la valeur du gain K_1 permettant de respecter la spécification de rapidité et en déduire la valeur de la marge de phase M_φ après réglage (indiquer les éléments de détermination sur le document réponse). Justifier l'impossibilité de valider le choix d'un correcteur à action proportionnelle, quelle que soit la valeur du gain K_1 .

Conclusion et études ultérieures possibles

L'utilisation de cette structure classique de correction ne permet pas de respecter les exigences du cahier des charges : pour atteindre cet objectif, on peut par exemple rajouter, en plus du retour en position, deux boucles internes de retour en vitesse et en accélération ce qui permet d'inverser la tension de commande suffisamment tôt, assurant une arrivée dans la position désirée sans dépassement. L'optimisation du réglage d'une telle structure suit une démarche assez complexe et longue qui n'est pas demandée dans le cadre de ce sujet.

D.5. Étude des exigences id=« 2.3.1.3 » et id=2.3.1.4 » (figure 6)

— Construction d'un modèle de connaissance de l'asservissement

Justification de l'étude proposée

L'asservissement des axes 2 et 3 est actionné dès l'entrée de la tête de traite dans le box afin de connecter les gobelets de façon efficace et rapide et de supporter les modifications de position latérale de la vache dans le box. Dans cette phase asservie, les mouvements se font dans de très faibles amplitudes autour de la position de référence correspondant à la position de traite et telle que $\theta = \theta_0 = -25^\circ$ et $\varphi = \varphi_0 = 13,4^\circ$ (valeurs mesurées sur site par l'accéléromètre du téléphone portable et une application dédiée).

Relations géométriques de positionnement de la tête

En utilisant les données des figures 16, 17 et 18, on peut montrer que l'on a :

- $z_2(t) = \sqrt{a_2 + b_2 \cdot \sin \theta(t) + c_2 \cdot \cos \theta(t)}$ avec a_2, b_2 et c_2 des grandeurs fonctions de b, c et l_2 : la longueur à la position de référence ($\theta = \theta_0$ et $\varphi = \varphi_0$) est notée z_{20} ;

- $z_3(t) = \sqrt{a_3 + b_3 \cdot \sin \varphi(t) + c_3 \cdot \sin \theta(t) + d_3 \cdot \cos(\theta(t) + \varphi(t))}$ avec a_3, b_3, c_3 et d_3 des grandeurs fonction de h, L_2 et L_3 : la longueur à la position de référence ($\theta = \theta_0$ et $\varphi = \varphi_0$) est notée z_{30} ;

Q25. Indiquer les deux relations vectorielles et les directions de projection (sans développer les calculs) qui permettraient d'obtenir les deux expressions précédentes.

Par ailleurs, la position du point K (coordonnées $y_K(t)$ et $z_K(t)$ dans le repère $R1$) peut également être définie en fonction de $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ donc en fonction de $z_2(t)$ et $z_3(t)$: le pilotage des deux vérins [V2] et [V3] permet donc un positionnement précis de la tête de traite dans le plan de normale $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$.

Mise en place d'un modèle dynamique dans un cas simplifié

Comme mis en évidence précédemment, les deux axes doivent être gérés simultanément car les paramètres sont liés. Par ailleurs, les actions des vérins et de la vache sur la tête de traite ont des directions variables, ce qui implique des équations dynamiques fortement couplées et donc une structure de commande très complexe. Afin de comprendre la problématique du pilotage, on propose une étude simplifiée.

Le bras supérieur (2) est maintenu fixe par rapport au chariot (1) sous l'action du vérin [V2] dans la position de référence ($\theta = \theta_0$ constante) et seul l'angle $\varphi(t)$ peut évoluer sous les actions du vérin [V3] et/ou de l'animal.

Q26. En appliquant la démarche proposée à la question Q18 et en détaillant la démarche de calcul, montrer que, dans le cadre de cette étude simplifiée, on a une relation de la forme générale.

$$k_2 \cdot \ddot{\varphi}(t) + k_1 \cdot \dot{\varphi}(t) = L_3 \cdot \cos \psi(t) \cdot F_{V3 \rightarrow 34}(t) + A_3(t) \cdot \sin(\theta_0 + \varphi(t)) + B_3(t) \cdot \cos(\theta_0 + \varphi(t))$$

avec

$$\begin{aligned} A_3(t) &= a_{31} \cdot m_{34} \cdot g + a_{32} \cdot F_y(t) + a_{33} \cdot F_z(t) \\ B_3(t) &= b_{31} \cdot m_{34} \cdot g + b_{32} \cdot F_y(t) + b_{33} \cdot F_z(t) \end{aligned}$$

les termes $k_1, k_2, a_{31}, a_{32}, a_{33}, b_{31}, b_{32}$ et b_{33} devant être exprimés en fonction des données des figures 17 et 18.

L'évolution se fait dans de faibles amplitudes autour de la position de référence : on pose donc $\varphi^*(t) = \varphi(t) - \varphi_0$ et $z_3^*(t) = z_3(t) - z_{30}$, petites variations par rapport à la position de référence des paramètres $\varphi(t)$ et $z_3(t)$.

En utilisant les valeurs numériques relevées directement sur le système, on constate que $\psi(t) \approx \psi_0$ (la variation de cet angle est très faible dans la zone considérée et il sera donc considéré comme constant).

On pose $F_{V3}^*(t) = F_{V3 \rightarrow 34}(t) - F_{V30}$ avec F_{V30} l'effort du vérin [V3] sur l'ensemble (34) à la position de référence en l'absence d'action mécanique de la vache sur la tête de traite ($F_y(t) = F_z(t) = 0$ et $\varphi = \varphi_0$).

Q27. En considérant de petits mouvements au voisinage de la position d'équilibre et en supposant que les grandeurs $F_y(t) \cdot \varphi^*(t)$ et $F_z(t) \cdot \varphi^*(t)$ ont une influence négligeable sur l'évolution (ce point peut être vérifié par simulation), montrer que la relation de la question Q26 peut s'écrire sous la forme générale

$$k_2 \cdot \ddot{\varphi}^*(t) + k_1 \cdot \dot{\varphi}^*(t) + k_0 \cdot \varphi^*(t) = K_3 \cdot F_{V3}^*(t) + K_y \cdot F_y(t) + K_z \cdot F_z(t)$$

où k_0, K_3, K_y et K_z seront exprimés en fonction des longueurs L_3, L_4 et ℓ_4 et des angles θ_0, φ_0 et ψ_0 .

Extension de l'étude à la problématique complète

L'étude précédente a été faite dans un cas particulier permettant d'obtenir une structure simple de l'asservissement, mais la réalité (commande couplée des deux axes et relations non linéaires) est bien plus complexe.

Le développement du calcul complet (équations géométriques justifiées à la question Q25 et équations de la dynamique) permettrait d'obtenir un schéma-bloc de l'asservissement couplé des deux axes.

L'évolution se faisant à vitesse faible, les effets dynamiques sont négligés. Après linéarisation au

voisinage de la position de référence ($\theta = \theta_0$ et $\varphi = \varphi_0$), on montre qu'on a alors les relations approchées suivantes :

— linéarisation des équations justifiées à la question Q25 :

$$\begin{aligned} z_2^*(t) &\approx \rho_2 \cdot \theta^*(t) \\ z_3^*(t) &\approx \rho_{31} \cdot \theta^*(t) + \rho_{32} \cdot \varphi^*(t) \end{aligned}$$

— équations dynamiques linéarisées :

$$\begin{aligned} z_2^*(t) &\approx \lambda_{22} \cdot F_{V2}^*(t) + \lambda_{23} \cdot F_{V3}^*(t) + \mu_{22} \cdot F_y(t) + \mu_{23} \cdot F_z(t) \\ z_3^*(t) &\approx \lambda_{33} \cdot F_{V3}^*(t) + \mu_{32} \cdot F_y(t) + \mu_{33} \cdot F_z(t) \end{aligned}$$

Q28. On suppose les conditions initiales nulles. En utilisant les équations fournies, compléter les blocs vierges de la figure 26 du document réponse DR-4 correspondant à la modélisation linéarisée de compensation de la position de la tête de traite au voisinage de la position de référence.

E. Bilan des études menées et analyse de la capacité du système asservi à s'adapter aux mouvements de l'animal

E.1. Synthèse des activités

Q29. Proposer une synthèse des activités menées.

E.2. Analyse des performances de l'asservissement des deux vérins [V2] et [V3] pour la gestion des mouvements latéraux de la vache

Pour finir, il reste à vérifier les performances de ce dispositif pour s'adapter aux mouvements de l'animal : une étude partielle est proposée dans la suite.

Une simulation du modèle cinématique permet de vérifier que l'écart entre les résultats obtenus avec les paramètres géométriques réels ($\varphi(t)$, $z_3(t)$, etc.) et ceux obtenus avec les paramètres linéarisés ($\varphi^*(t)$, $z_3^*(t)$, etc. à partir de la position de référence φ_0 , z_{30} , etc.) reste négligeable dans l'intervalle de déplacement latéral de l'animal qui est de ± 15 cm. Par conséquent, le modèle linéarisé mis en place à la question Q28 peut être utilisé pour évaluer la capacité du système à gérer les mouvements latéraux et/ou les actions de la vache en travaillant sur les grandeurs variationnelles.

La continuité de la traite lors des déplacements de la vache dans le box impose que les déplacements verticaux induits par l'asservissement de position restent inférieurs à 2 cm, ce qui correspond à la limite acceptable de déformation du trayon de la vache. Les courbes fournies figure 25 du document réponse représentent l'évolution de la position du point K (extrémité de la tête de traite) selon les directions $\vec{y}_0 = \vec{y}_1$ et $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ obtenues par simulation du modèle du système de positionnement de la tête de traite pour un déplacement latéral de l'animal de 10 cm sans action de sa part sur la tête de traite ($F_y(t) = F_z(t) = 0$ N).

Q30. La commande implantée pour corriger les déplacements latéraux de la vache permet-elle de respecter la spécification de déformation maximale du trayon? Indiquer clairement sur les courbes de la figure 25 du document réponse les éléments de détermination.

F. Conclusion

La structure cinématique adoptée permet à la fois un positionnement rapide de la tête de traite au niveau des trayons et une gestion très sûre des trajectoires. Par ailleurs, cette structure est naturellement très résistante aux coups de patte de l'animal, point crucial pour les producteurs de lait car une dégradation de la tête de traite impose un arrêt du robot pour maintenance.

G. Annexes

A-1. Diagramme d'exigences

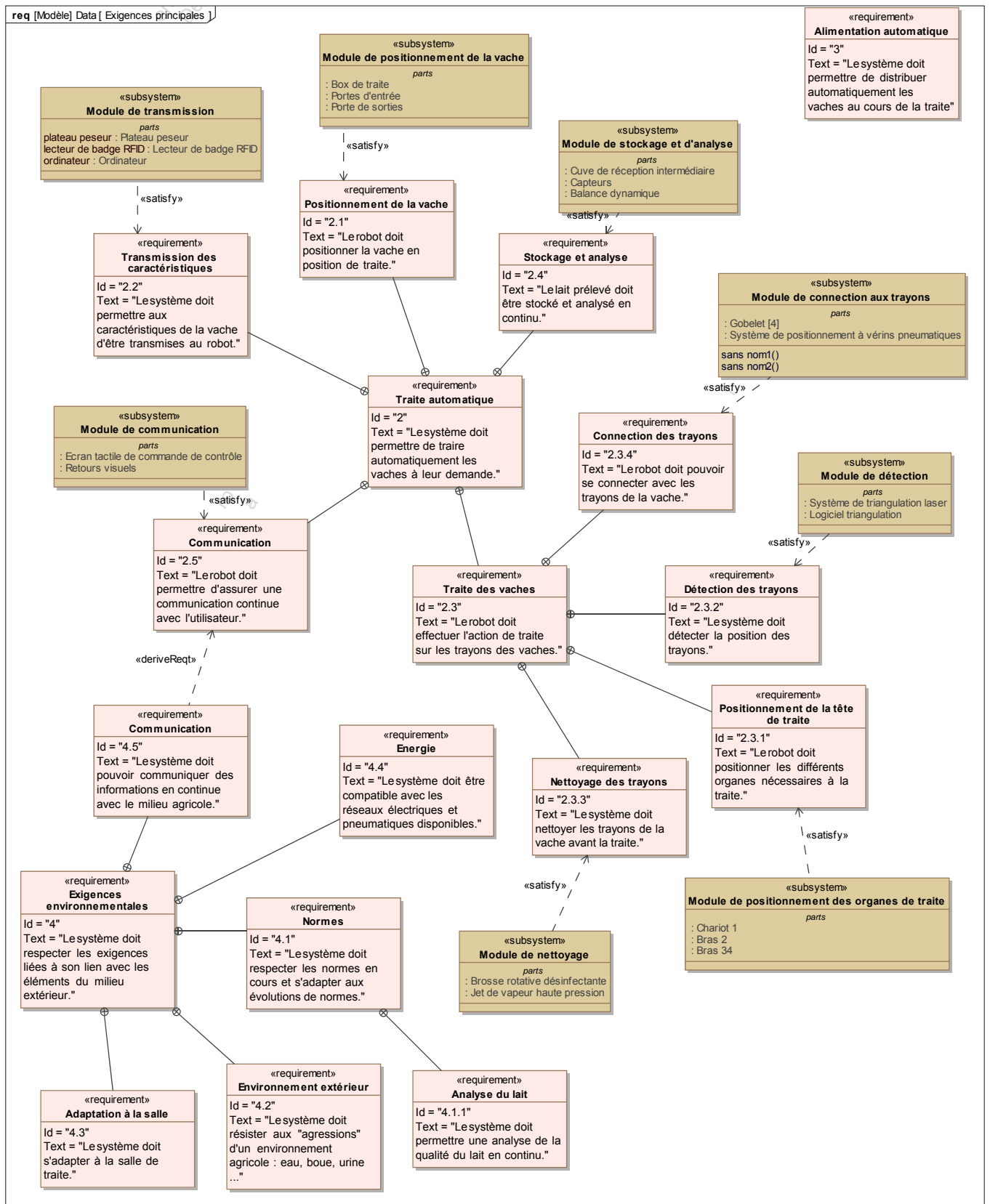


FIGURE 21 – Diagramme des exigences

A-2. Modélisation cinématique du robot

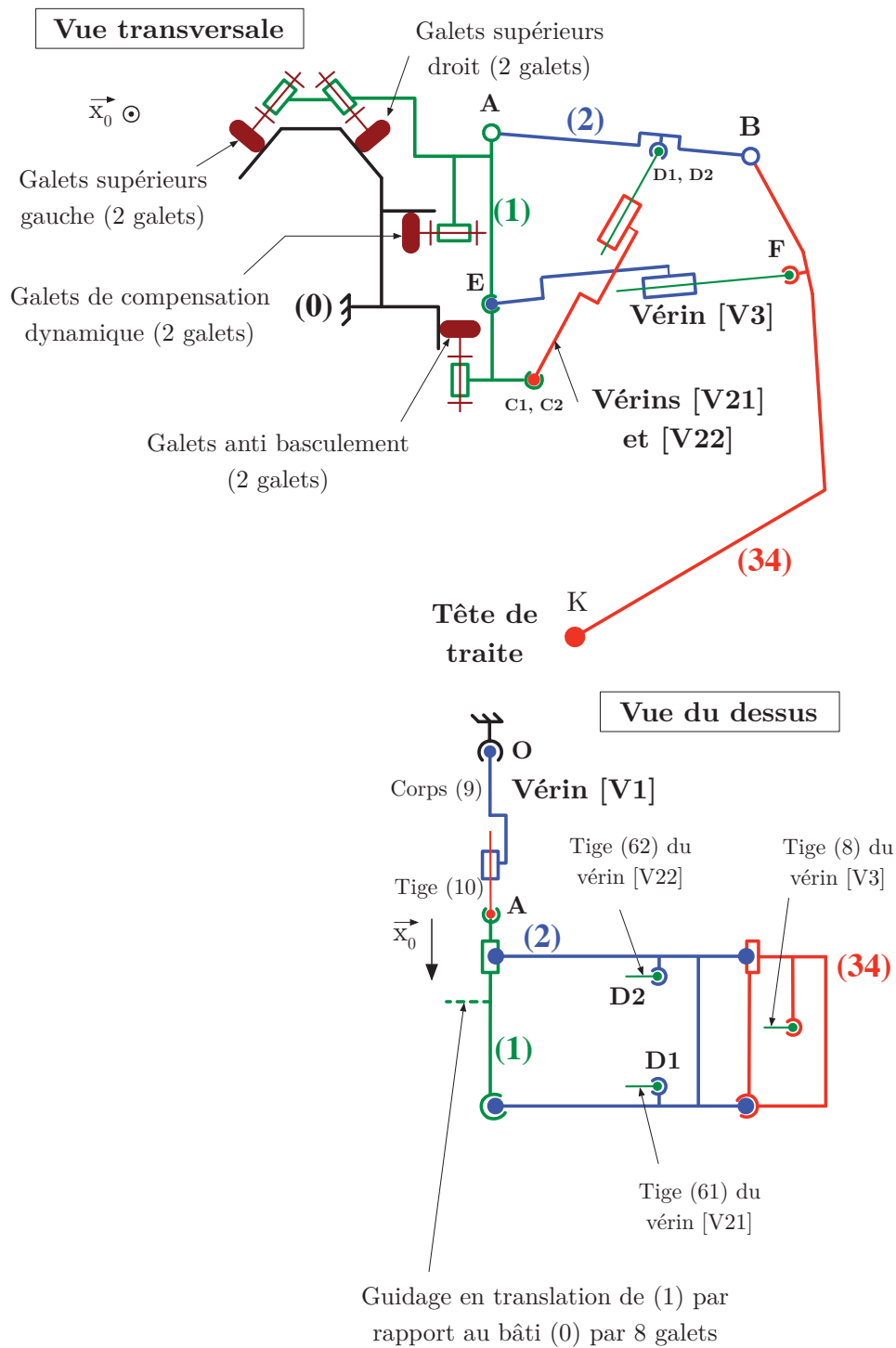
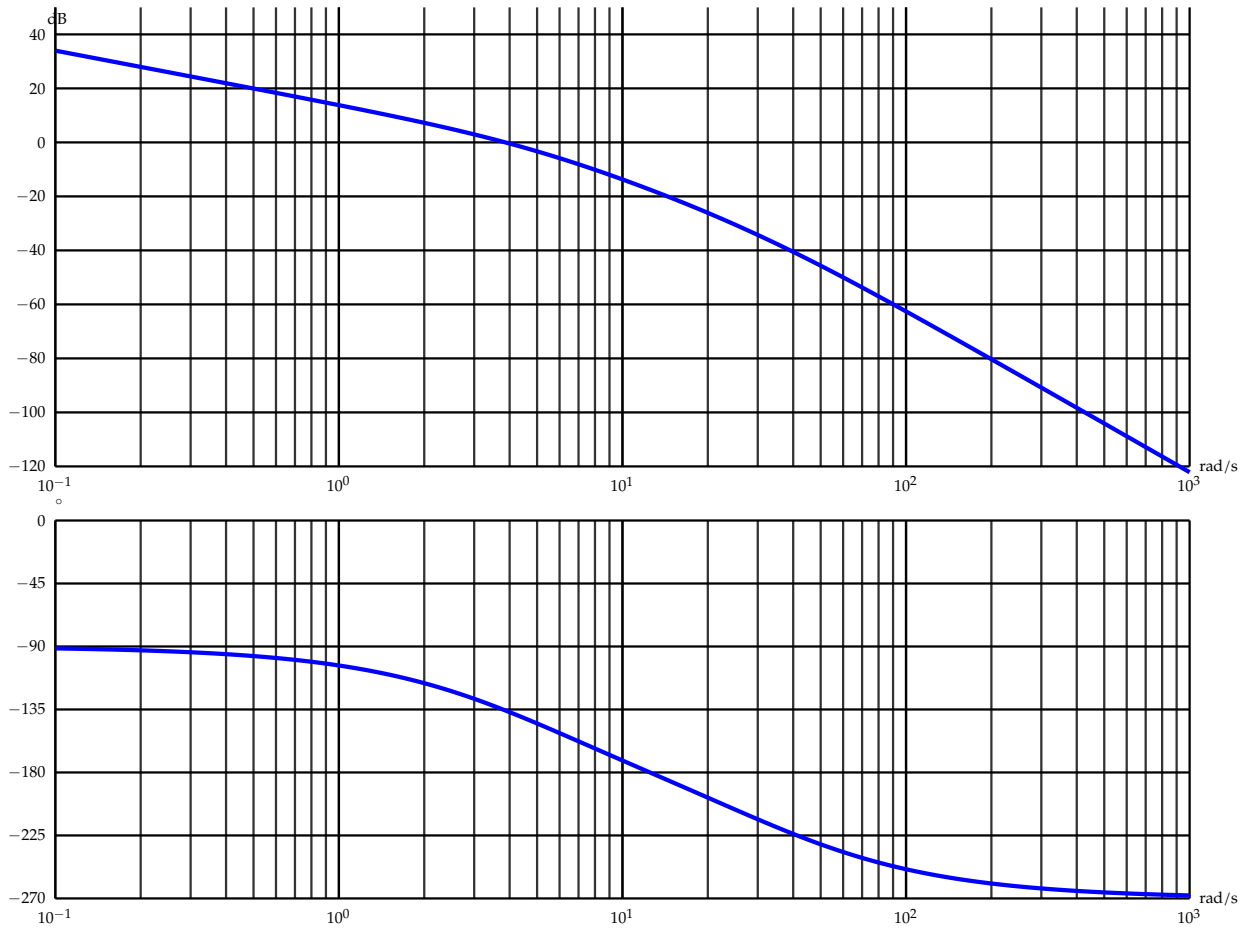
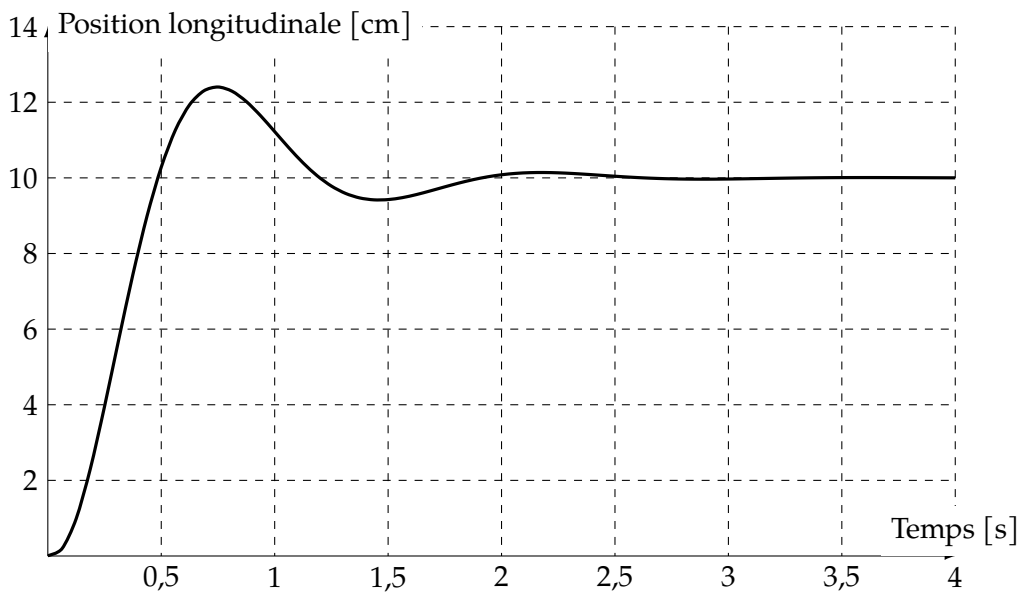


FIGURE 22 – Modèle cinématique du robot étudié

DR-2. Réponses temporelle et fréquentielle



(a) Réponse fréquentielle de la boucle ouverte du système asservi pour une correction unitaire ($C(p) = 1$)



(b) Réponse temporelle du système asservi pour une correction unitaire ($C(p) = 1$)

FIGURE 24 – Réponses temporelle et fréquentielle

DR-3. Réponse à une perturbation

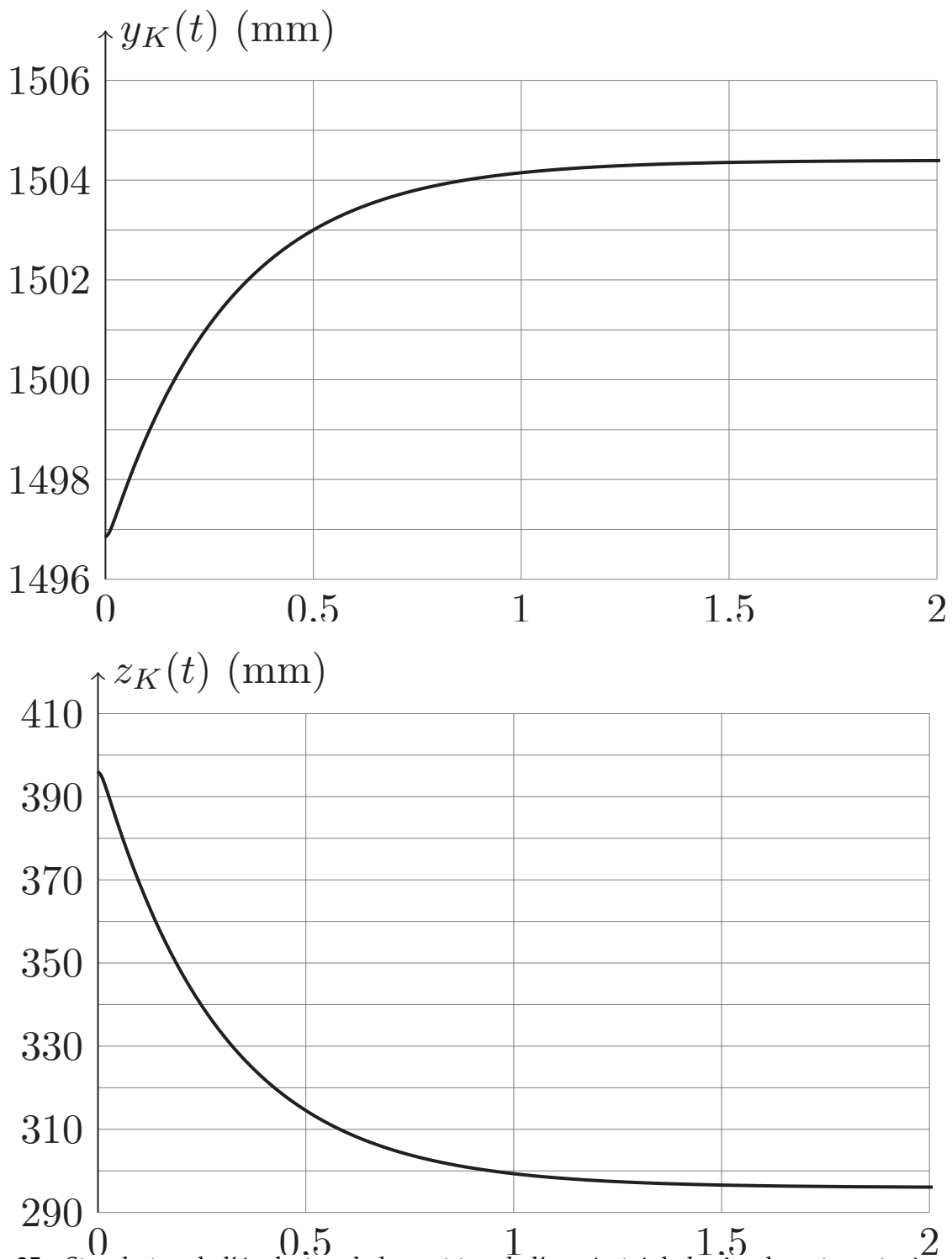


FIGURE 25 – Simulation de l'évolution de la position de l'extrémité de la tête de traie suite à une perturbation (en abscisse des deux courbes : le temps en secondes)

DR-4. Schéma bloc du système complet

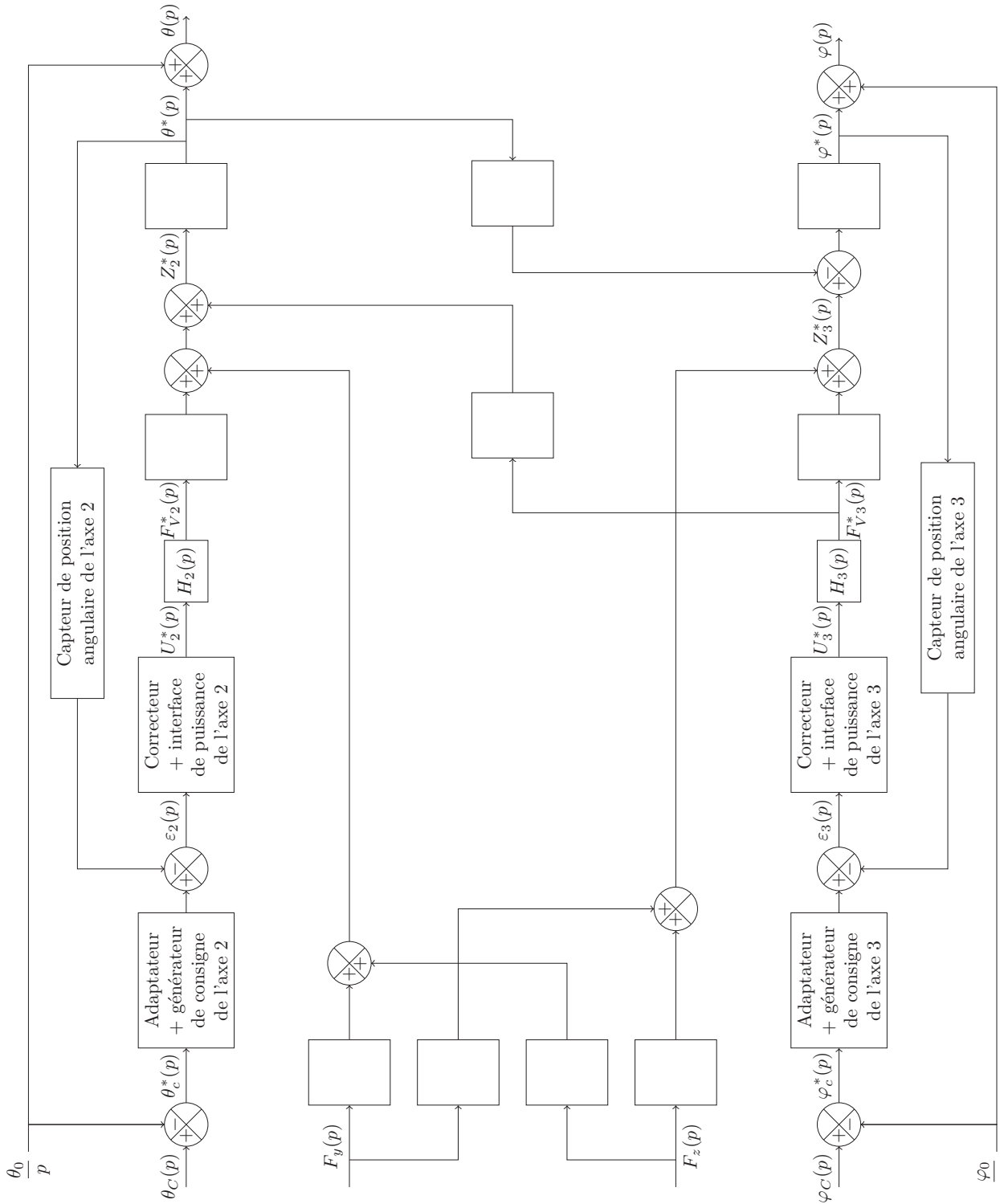


FIGURE 26 – Schéma-bloc de la commande linéarisée de positionnement de l'ensemble de traite au voisinage de la position de référence correspondant à $\theta = \theta_0$ et $\varphi = \varphi_0$