Mécanismes

Modélisation cinématique (rappels et compléments)

Papanicola

Lycée Jacques Amyot

6 septembre 2009

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Sommaire

Modélisation cinématique
- Problématique
- Modèle cinématique

Liaisons normalisées

Chaînes de solides

Schématisation des mécanismes

Modélisation cinématique

problématique

Il est souvent nécessaire d'établir un modèle permettant d'étudier aussi bien les mouvements du mécanisme que les efforts qu'il doit supporter.
En effet le système réel, soit parce qu'il n'existe pas encore (en phase de conception) soit parce qu'il est trop complexe n'est en général pas adapté à l'étude.
La modélisation va intervenir aussi bien au niveau de la conception d'un mécanisme que dans l'analyse à posteriori d'un mécanisme existant.

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Modèle cinématique

On appelle modèle cinématique d'un mécanisme, le modèle est construit autour des hypothèses suivantes :

- des pièces indéformables,
- des liaisons sans jeu,
- des surfaces de contact géométriquement parfaites,
- des surfaces de contact simples (plan, sphère, cylindre, hélicoïde).

Cliquer

Cliquer

Figure: Mécanisme réel

Figure: Modèle cinématique

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Sommaire

Modélisation cinématique

Liaisons normalisées

Chaînes de solides

Schématisation des mécanismes

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Liaisons normalisées

Paramétrage des liaisons

La liaison entre les deux solides est caractérisée par le torseur cinématique du mouvement relatif entre les deux solides. Les coordonnées de ce torseur cinématique sont les paramètres de la liaison.

Tableaux des liaisons

Les tableaux en annexe présentent les liaisons normalisées. La norme applicable est la norme NF EN ISO 3952-1.

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Sommaire

Modélisation cinématique

Liaisons normalisées

Chaînes de solides
- Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
  - Étude géométrique
  - Étude cinématique
- Liaisons cinématiquement équivalentes
  - Liaisons en série
  - Liaisons en parallèle
  - Récapitulatif

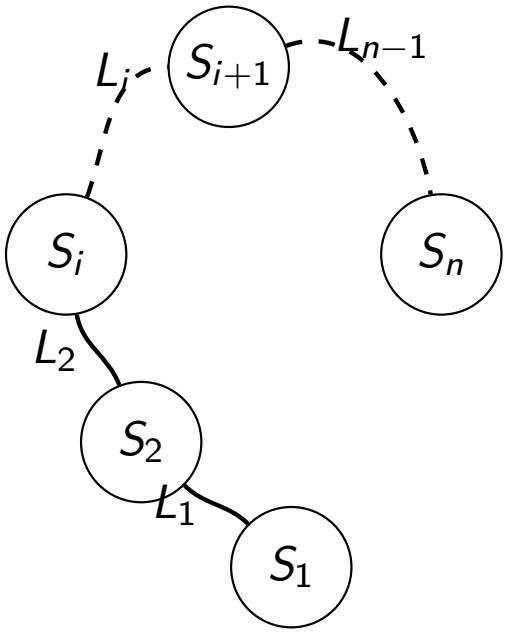
Schématisation des mécanismes

Chaînes de solides

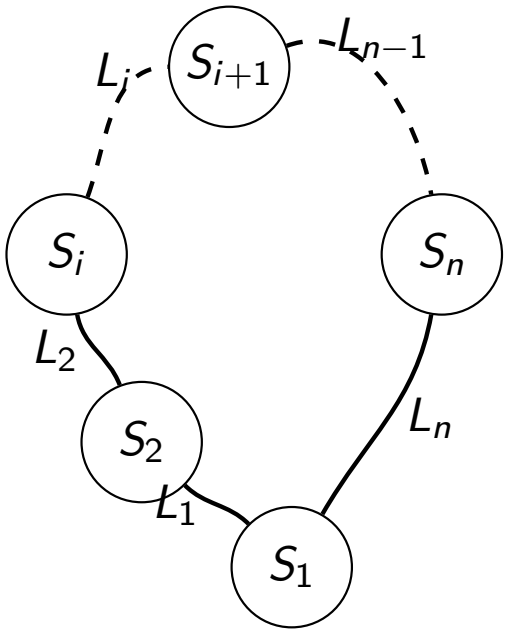
Un mécanisme est constitué de solides reliés par des liaisons cinématiques. L'ensemble de ces liaisons et des solides forme une chaîne de solides.

Cette chaîne peut-être représentée par un graphe dit graphe de structure (ou graphe des liaisons). Sur ce graphe, les solides sont les nœuds et les liaisons les arcs. Il est d'usage de préciser le solide référentiel.

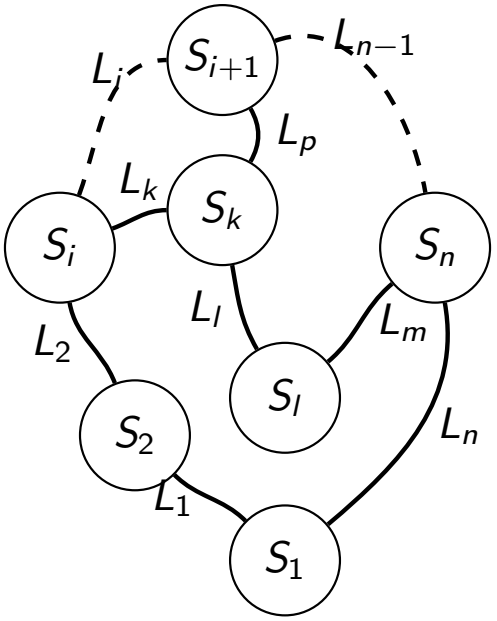
Chaîne ouverte



Chaîne fermée



Chaîne complexe



Chaînes de solides

Classe d'équivalence cinématique

On appelle classe d'équivalence cinématique, un ensemble de solides n'ayant aucun mouvement relatif.

Chaînes ouvertes

Une chaîne de solide est dite ouverte lorsque la structure correspond à un ensemble de solides liés les uns aux autres sans bouclage.

Chaînes fermées

Une chaîne de solide est dite fermée lorsque le graphe présente une boucle.

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Chaînes complexes

La chaîne de solides est dite complexe lorsqu'elle présente plusieurs boucles imbriquées.

Nombre cyclomatique Le nombre cyclomatique γ caractérise la complexité de la chaîne, il précise le nombre minimal de boucles qu'il est nécessaire d'étudier pour définir complètement le mécanisme. Une chaîne fermée simple a un nombre cyclomatique de 1.

$$\gamma = L - N + 1 \tag{1}$$

avec L, le nombre de liaisons du mécanisme et N, le nombre de solides du mécanisme.

Mécanismes
Papanicola
Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Analyse géométrique et cinématique des mécanismes

Étude géométrique

Pour réaliser l'étude géométrique d'un système en boucle fermée , il suffit d'écrire la relation vectorielle reliant les points caractéristiques de chaque solide.
Soit O_i, le point caractéristique du solide S_i, la relation de fermeture de la chaîne géométrique s'écrit :

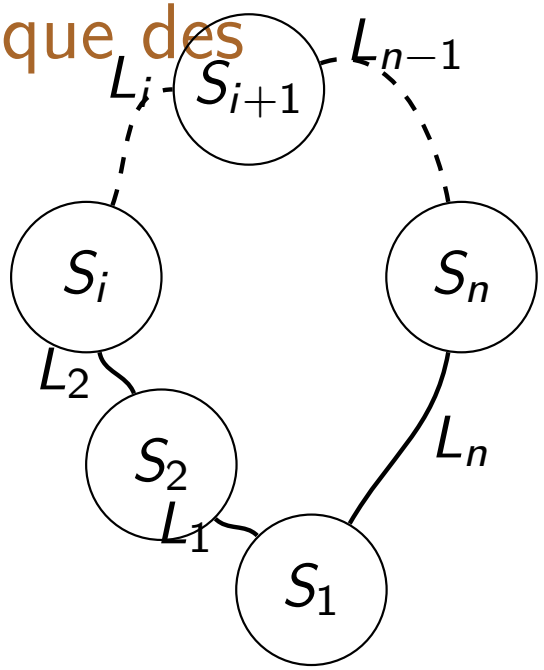
$$\overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_2O_3} + \cdots + \overrightarrow{O_{i-1}O_i} + \cdots + \overrightarrow{O_{n-1}O_n} + \overrightarrow{O_nO_1} = \vec{0}.$$

En projetant cette équation vectorielle on obtient 3 équations scalaires reliant les différents paramètres géométriques.
Remarque : Dans le cas d'un mécanisme plan, on obtient 2 équations scalaires, déduites de la projection de cette relations sur les axes du plan.

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Analyse géométrique et cinématique des mécanismes

Étude cinématique



Pour chaque liaison L_i on peut écrire le torseur cinématique entre deux solides au point caractéristique de la liaison.

$$\left\{\mathcal{V}_{(i+1)/i}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{\Omega_{(i+1)/i}} \\ \overrightarrow{V_{O_i \in (i+1)/i}}\end{array}\right\}_{O_i}$$

La fermeture cinématique s'obtient en écrivant la somme des torseurs :

$$\left\{\mathcal{V}_{1/2}\right\} + \left\{\mathcal{V}_{2/3}\right\} + \cdots + \left\{\mathcal{V}_{i/(i+1)}\right\} + \cdots + \left\{\mathcal{V}_{n/1}\right\} + \{0\}$$

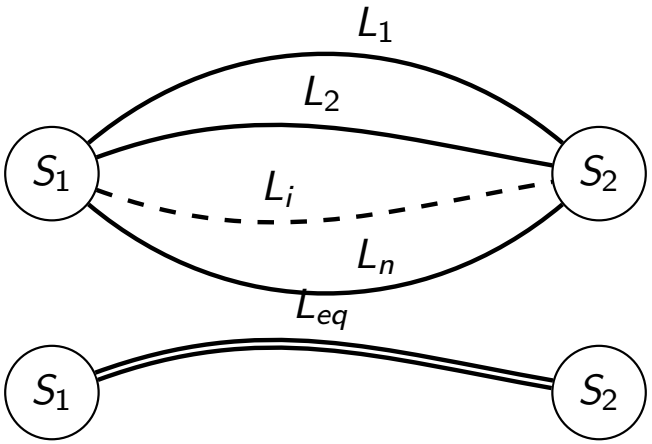
Cette relation permet d'obtenir 2 équations vectorielles, et après projection 6 équations scalaires.

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

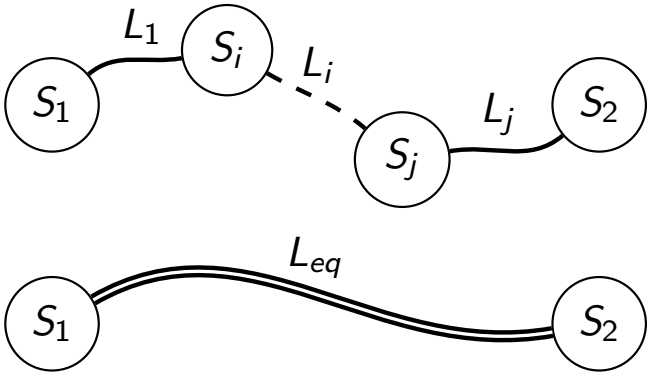
Liaisons cinématiquement équivalentes

On appelle liaison cinématiquement équivalente entre deux pièces, la liaison qui se substituerait à l'ensemble des liaisons réalisées entre ces pièces avec ou sans pièce intermédiaire.
La liaison équivalente doit avoir le même comportement que l'ensemble des liaisons auquel elle se substitue.

Liaisons en parallèle



Liaisons en série



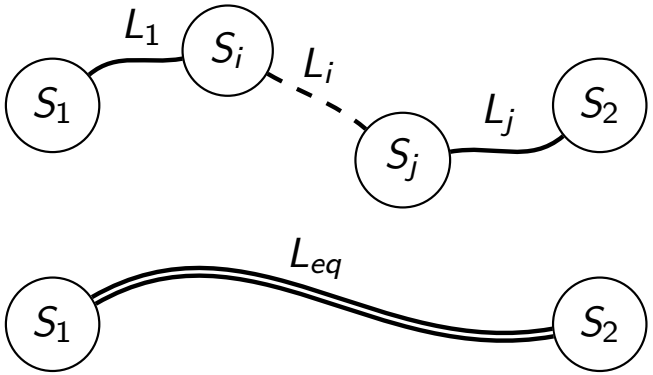
Liaisons cinématiquement équivalentes

Liaisons en série

Étude cinématique

On recherche le torseur cinématique du mouvement du solide **2** par rapport au solide **1** : $\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}$. En décomposant sur les solides intermédiaires on obtient :

$$\left\{\mathcal{V}_{2/1}^{eq}\right\} = \left\{\mathcal{V}_{2/(j)}\right\} + \left\{\mathcal{V}_{j/i}\right\} + \cdots + \left\{\mathcal{V}_{i/1}\right\} \qquad (2)$$



Mécanismes

Papanicola

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique

Liaisons normalisées

Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif

Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

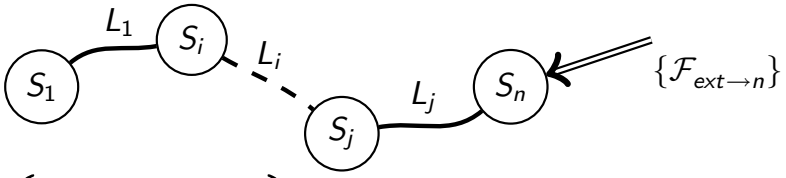
Liaisons cinématiquement équivalentes

Liaisons en série

Étude statique

On suppose les solides en équilibre, on néglige le poids des pièces, les actions extérieures appliquées sur le solide S_n sont représentées par le torseur d'action mécanique $\{\mathcal{F}_{ext\to n}\}$.

Si on applique le PFS au solide S_n, on peut donc écrire dans un cas comme dans l'autre :



$$\left\{\mathcal{A}_{(n-1)\to n}\right\} + \{\mathcal{F}_{ext\to n}\} = \{0\} \qquad \{\mathcal{A}^{eq}_{1\to 2}\} + \{\mathcal{F}_{ext\to n}\} = \{0\}$$

On en déduit que $\{\mathcal{A}^{eq}_{1\to 2}\} = \left\{\mathcal{A}_{(n-1)\to n}\right\}$ puis $\left\{\mathcal{A}_{(n-1)\to n}\right\} = \left\{\mathcal{A}_{(n-2)\to (n-1}\right\}, \ldots$

$$\{\mathcal{A}^{eq}_{1\to 2}\} = \left\{\mathcal{A}_{(n-1)\to n}\right\} = \cdots = \left\{\mathcal{A}_{(n-3)\to (n-2)}\right\} = \cdots = \{\mathcal{A}_{1\to 2}\} \tag{3}$$

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Liaisons cinématiquement équivalentes

Liaisons en parallèle

Étude cinématique

L'ensemble des liaisons L_i en parallèle impose le mouvement du solide **2** par rapport au solide **1**, $\left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}$ représente ce mouvement.

$\left\{\mathcal{V}^i_{2/1}\right\}$, le torseur cinématique de la liaison L_i entre les deux solides S_1 et S_2.

Chaque liaison L_i ne peut que respecter le mouvement global du solide **2** :

$$\left\{\mathcal{V}^i_{2/1}\right\} = \left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}$$

La liaison équivalente L_{eq} doit aussi respecter le mouvement global du solide **2** :

$$\left\{\mathcal{V}^{eq}_{2/1}\right\} = \left\{\mathcal{V}_{2/1}\right\}$$

d'où la condition que doit respecter le torseur de la liaison équivalente :

$$\left\{\mathcal{V}^{eq}_{2/1}\right\} = \left\{\mathcal{V}^1_{2/1}\right\} = \left\{\mathcal{V}^2_{2/1}\right\} = \ldots \left\{\mathcal{V}^i_{2/1}\right\} = \ldots \left\{\mathcal{V}^n_{2/1}\right\} \quad (4)$$

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Liaisons cinématiquement équivalentes

Liaisons en parallèle

Étude statique

Pour déterminer la liaison équivalente on isole le solide 2.

- Aux actions transmissibles par chaque liaison L_i ; $\{\mathcal{A}^1_{1\to 2}\}$, $\{\mathcal{A}^2_{1\to 2}\}$, ..., $\{\mathcal{A}^i_{1\to 2}\}$, ..., $\{\mathcal{A}^n_{1\to 2}\}$;
- Aux autres actions extérieures : $\{\mathcal{F}_{ext\to 2}\}$.

Le P.F.S s'écrit donc :
$\{\mathcal{A}^1_{1\to 2}\}+\{\mathcal{A}^2_{1\to 2}\}+\cdots+\{\mathcal{A}^i_{1\to 2}\}+\cdots+\{\mathcal{A}^n_{1\to 2}\}+\{\mathcal{F}_{ext\to 2}\} = \{0\}$
soit $\sum_{i=1}^{n} \{\mathcal{A}^i_{1\to 2}\} + \{\mathcal{F}_{ext\to 2}\} = \{0\}$
La liaison équivalente doit respecter le même équilibre :
$\{\mathcal{A}^{eq}_{1\to 2}\} + \{\mathcal{F}_{ext\to 2}\} = \{0\}$
On déduit donc :

$$\{\mathcal{A}^{eq}_{1\to 2}\} = \sum_{i=1}^{n} \{\mathcal{A}^i_{1\to 2}\} \tag{5}$$

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Liaisons cinématiquement équivalentes

Récapitulatif

	Étude cinématique	Étude statique
Liaisons en série	Somme des torseurs cinématiques $\left\{\mathcal{V}_{2/1}^{eq}\right\} = \left\{\mathcal{V}_{2/(j)}\right\} + \left\{\mathcal{V}_{j/i}\right\} + \cdots + \left\{\mathcal{V}_{i/1}\right\}$	Égalité des torseurs des actions transmissibles $\{\mathcal{A}_{1\to 2}^{eq}\} = \left\{\mathcal{A}_{(n-1)\to n}\right\} = \cdots = \{\mathcal{A}_{1\to 2}\}$
Liaisons en parallèle	Égalité des torseurs cinématiques $\left\{\mathcal{V}_{2/1}^{eq}\right\} = \left\{\mathcal{V}_{2/1}^{1}\right\} = \cdots = \left\{\mathcal{V}_{2/1}^{i}\right\} = \left\{\mathcal{V}_{2/1}^{n}\right\}$	Somme des torseurs des actions transmissibles $\{\mathcal{A}_{1\to 2}^{eq}\} = \sum_{i=1}^{n} \{\mathcal{A}_{1\to 2}^{i}\}$

Modélisation cinématique
- Problématique
- Modèle cinématique

Liaisons normalisées

Chaînes de solides
- Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
  - Étude géométrique
  - Étude cinématique
- Liaisons cinématiquement équivalentes
  - Liaisons en série
  - Liaisons en parallèle
  - Récapitulatif

Schématisation des mécanismes
- Schéma cinématique
- Schéma cinématique minimal
- Schéma technologique

Sommaire

Modélisation cinématique

Liaisons normalisées

Chaînes de solides

Schématisation des mécanismes
- Schéma cinématique
- Schéma cinématique minimal
- Schéma technologique

Modélisation cinématique
- Problématique
- Modèle cinématique

Liaisons normalisées

Chaînes de solides
- Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
  - Étude géométrique
  - Étude cinématique
- Liaisons cinématiquement équivalentes
  - Liaisons en série
  - Liaisons en parallèle
  - Récapitulatif

Schématisation des mécanismes
- Schéma cinématique
- Schéma cinématique minimal
- Schéma technologique

Schéma cinématique

Le schéma cinématique d'un mécanisme est un modèle filaire du mécanisme utilisant les symboles normalisés des liaisons. Ce modèle est utile tant au niveau de la conception que de l'analyse à posteriori pour réaliser l'étude cinématique ou dynamique (trajectoire, vitesse, efforts, etc.).
Quelques règles et conseils pour établir un schéma cinématique :

- Le schéma peut être réalisé en une vue en perspective ou en plusieurs vues en projection. La position relative des liaisons doit être respectée (perpendicularité, parallélisme, alignement, orientation précise, etc.) ;
- Les pièces sont dessinées très succinctement par un simple trait en général qui relie les différentes liaisons ;
- On ne doit pas privilégier une position particulière dans la représentation ;
- Le schéma doit être clair et permettre la compréhension du mécanisme ;

Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Schéma cinématique minimal

Le schéma cinématique minimal est obtenu en remplaçant si possible, les liaisons en série et ou en parallèle par les liaisons normalisées équivalentes.
Le schéma cinématique minimal fait « disparaître » des solides et des liaisons, il est à utiliser avec précaution et uniquement pour l'étude cinématique et la compréhension cinématique du mécanisme. Il ne doit pas être utilisé pour réaliser des calculs d'hyperstatisme ou des calculs d'effort dans les liaisons.

Mécanismes
Papanicola
Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique

Schéma technologique

Il est parfois nécessaire afin de mieux comprendre le fonctionnement d'un mécanisme de compléter le schéma cinématique en ajoutant des constituants technologiques tels les ressorts, les courroies, les clapets d'un circuit hydraulique, ...

On peut aussi préciser la forme de certaines pièces et décomposer les liaisons en liaisons élémentaires plus proche de la réalisation technologique ainsi on représentera une liaison pivot réalisée par deux roulements par une liaison sphère–cylindre (linéaire annulaire) et une liaison sphérique (rotule-)

Ce schéma est alors appelé un schéma technologique.

Mécanismes
Papanicola
Modélisation cinématique
Problématique
Modèle cinématique
Liaisons normalisées
Chaînes de solides
Analyse géométrique et cinématique des mécanismes
Étude géométrique
Étude cinématique
Liaisons cinématiquement équivalentes
Liaisons en série
Liaisons en parallèle
Récapitulatif
Schématisation des mécanismes
Schéma cinématique
Schéma cinématique minimal
Schéma technologique